

Prednáška 3: Logické systémy - zhrnutie hlavných bodov

1. **Úvod do výrokovej logiky (Propositional Logic):** Analýza jednoduchých a zložených výrokov, kde je pravdivostná hodnota buď **pravda (1)** alebo **nepravda (0)**. Predstavili sme si kľúčové princípy:

- **Princíp dvojhodnotovosti** (bivalencie),
- **Princíp vylúčenia tretieho** (*tertium non datur*) a
- **Princíp vylúčenia sporu**.

Demonštrácia využitia formálnej logiky pri odvodzovaní záverov (napr. *Modus ponens* $q, p \Rightarrow q$) a v **Expertných systémoch**.

2. **Boolova algebra a logické operácie:** Predstavenie základného matematického aparátu pre návrh a analýzu číslicových obvodov. Detailné zoznámenie sa so **zákonmi a axiómami Boolovej algebry** (napr. asociatívnosť, komutatívnosť, distributívnosť). Charakterizácia základných logických funkcií a implementácia logických členov (hradiel): AND, OR, NOT, XOR. Zvláštny dôraz na **univerzálne hradlá NAND a NOR**, ktoré umožňujú realizáciu akejkoľvek logickej funkcie.

Definovanie algebry nad množinou $\{0,1\}$. Základné logické operácie zahŕňajú

- **Negáciu (NOT),**
- **Logický súčet (OR) a**
- **Logický súčin (AND).**

Detailná analýza **zákonov Boolovej algebry** (komutatívnosť, asociatívnosť, distributívnosť, idemponentnosť, komplementárnosť a absorpcia).

3. **De Morganove zákony a zjednodušovanie:** Dôležité zákony pre transformáciu logických výrazov. Sú definované ako: negácia logického súčtu je logický súčin negácií a negácia logického súčinu je logický súčet negácií.
4. **Logické funkcie a ich realizácie** – Ukázali sme, že funkciu možno vyjadriť:
 - **pravdivostnou tabuľkou,**
 - **rovniciou,**
 - **schematickou značkou,**
 - **Karnaughovou mapou** (pri viacerých premenných slúži na minimalizáciu).
5. **Základné logické členy** – Prebrali sme **NOT, AND, OR, XOR, NOR, NAND**, ich schematické značky, tabuľky a príklady z praxe (napr. spínače, žiarovky). Zdôraznili sme, že **NAND a NOR** tvoria **úplné logické systémy** – pomocou nich možno realizovať akúkoľvek logickú funkciu
6. **Analýza logických obvodov** – Postup pri určovaní funkcie obvodu:
 - zostavenie tabuľky,
 - algebraická manipulácia,
 - využitie De Morganových pravidiel a mapovej minimalizácie.
7. **Syntéza logických funkcií:** Vyjadrenie logickej funkcie pomocou **pravdivostnej tabuľky** a jej prevod do **kanonických foriem**. Boli prebrané dva hlavné tvary:
 - **Úplná normálna disjunktívna forma (UNDF)**, známa ako súčet súčinov (mintermov), a
 - **Úplná normálna konjunktívna forma (UNKF)**, známa ako súčin súčtov (maxtermov).

8. **Aritmetické kombinačné obvody:** Prebratá bola konštrukcia základných aritmetických blokov, konkrétne **Úplná sčítačka (Full Adder)**. Obvod je definovaný pomocou troch vstupov (A,B,Cin) a dvoch výstupov (Súčet S, Prenos Cout), s odvodzovaním zodpovedajúcich logických rovníc z pravdivostnej tabuľky. Zapojenie týchto blokov do kaskády pre realizáciu **paralelných sčítačiek** a ich optimalizácia pomocou obvodov **s predvídaním prenosu (Carry Look-Ahead)**. Konštrukcia porovnávačov (komparátorov) a obvodov na odčítanie.
9. **Príklad zložitejšej syntézy:** Návrh dekodéra pre **7-segmentový displej** na prevod binárneho kódu na signály riadiace segmenty displeja. Zápis rozsiahlej funkcie (napr. pre segment 'a') pomocou UNDF a UNKF.
10. **Moderná implementácia a súčiastky:** logické hradlá sú v podstate **elektronicky riadené spínače** (tranzistory). Prezentované boli štandardné schématické **značky logických členov** (IEC, US normy) a dôležitosť **katalógových listov (datasheetov)** pri práci s integrovanými obvodmi (IC). Moderné obvody sa už neskladajú z diskretných hradiel, ale používajú sa **Programovateľné logické polia (FPGA)**, ktoré sa konfigurujú pomocou **jazykov na popis hardvéru (HDL)**, ako sú VHDL alebo Verilog. Na záver bola spomenutá história IC (Kilby, 1958) a **Moorov zákon**. **Fyzická realizácia logických obvodov** – integrovaný obvod 7400 (štvoritý 2-vstupový NAND), vysvetlili sme princíp napájania a význam katalógového listu (datasheet).
11. **Modulárne kombinačné bloky:** Prehľad štandardných integrovaných blokov, ktoré slúžia ako základ pre zložitejšie systémy. Patrí sem analýza a návrh **multiplexorov (MUX)** a **demultiplexorov (DEMUX)**, ktoré slúžia na prepínanie dát. Ďalej **kóдеры** (enkodéry) na prevod stavu na binárnu hodnotu a **dekóдеры** (napr. dekodér 1 z N, dekodér pre 7-segmentový displej).
12. Časové vlastnosti logických obvodov – **oneskorenie (propagation delay)**, ktoré ovplyvňuje rýchlosť číslicových systémov.

Dôležité pojmy

- **AND (Logický súčin):** Základná logická operácia, ktorá má výstup 1 (pravda) len vtedy, ak sú **všetky** jej vstupy 1.
- **Asociatívnosť:** Zákon Boolovej algebry, ktorý umožňuje zoskupovanie premenných pri sčítaní aj súčine, napr. $(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$.
- **Boolova algebra:** Matematická štruktúra (algebra) definovaná na množine $\{0,1\}$, ktorá slúži na popis a manipuláciu s logickými funkciami a číslicovými obvodmi.
- **Complementarity (Komplementárnosť):** Zákon Boolovej algebry, ktorý hovorí, že $X + X = 1$ a $X \cdot X = 0$.
- **Datasheet (Katalógový list):** Technická dokumentácia integrovaného obvodu (IC), ktorá obsahuje elektrické špecifikácie, diagram zapojenia, maximálne hodnoty a funkčnú tabuľku.
- **De Morganove zákony:** Dva kľúčové zákony na negáciu zložených výrazov. Umožňujú prevod súčtu na súčin a naopak.
- **Disjunktívna forma:** Logický výraz vyjadrený ako súčet súčinov (produktov) premenných.
- **Distributívnosť:** Zákon Boolovej algebry, ktorý umožňuje roz násobenie súčtu (napr. $X \cdot (Y + Z) = X \cdot Y + X \cdot Z$).
- **Dvojhodnotovosť (Bivalencia):** Základný princíp výrokovkej logiky, podľa ktorého má každý výrok práve dve pravdivostné hodnoty: pravda (1) alebo nepravda (0).
- **FPGA (Field-Programmable Gate Array):** Programovateľné logické pole. Moderný integrovaný obvod, ktorý si môže užívateľ po zakúpení nakonfigurovať na implementáciu prakticky ľubovoľného číslicového obvodu, vrátane kombinačných a sekvenčných.
- **Full Adder (Úplná sčítačka):** Kombinačný logický obvod s tromi vstupmi (dve sčítané čísla A, B a prichádzajúci prenos Cin) a dvoma výstupmi (súčet S a odchádzajúci prenos Cout), ktorý sa používa na sčítanie v rámci jednej bitovej pozície.
- **HDL (Hardware Description Language):** Jazyk na popis hardvéru (napr. VHDL, Verilog). Slúži na softvérové modelovanie a syntézu číslicových obvodov, ktoré sa následne implementujú do FPGA alebo ASIC.
- **Integrovaný obvod (IC):** (tiež čip) Elektronická súčiastka, ktorá obsahuje miniaturizované elektronické obvody (predovšetkým tranzistory) vytvorené na jednom kuse polovodičového materiálu, najčastejšie kremíka.
- **Kanonická forma:** Štandardizovaný tvar logickej funkcie (UNDF alebo UNKF), ktorý obsahuje všetky premenné, čo uľahčuje porovnanie a minimalizáciu.
- **Kombinačné logické obvody:** Trieda číslicových obvodov, kde je aktuálny výstup závislý **len** od aktuálnej kombinácie vstupov, bez ohľadu na predchádzajúci stav (nemajú pamäť).
- **Komutatívnosť:** Zákon Boolovej algebry, ktorý umožňuje meniť poradie premenných pri sčítaní aj súčine, napr. $X + Y = Y + X$.
- **Logická nula (0):** Reprezentuje stav "nepravda" alebo nízke napätie (Low).
- **Logická jednotka (1):** Reprezentuje stav "pravda" alebo vysoké napätie (High).
- **Logický člen (Hradlo):** Fyzická implementácia základnej logickej operácie (napr. NOT, AND, OR) pomocou elektronických súčiastok (tranzistorov).
- **Logický súčin (AND):** Pozri **AND**.
- **Logický súčet (OR):** Pozri **OR**.

- **Maxterm:** Elementárny súčet v Boolovej algebre. V kanonickom tvare UNKF reprezentuje riadok pravdivostnej tabuľky, kde je výstup funkcie $Y=0$.
- **Minterm:** Elementárny súčin v Boolovej algebre. V kanonickom tvare UNDF reprezentuje riadok pravdivostnej tabuľky, kde je výstup funkcie $Y=1$.
- **Modus ponens:** Pravidlo logického odvodzovania: ak platí výrok p a platí implikácia $p \Rightarrow q$, potom musí platiť aj výrok q .
- **Moorov zákon:** Empirické pravidlo, ktoré hovorí, že počet tranzistorov v integrovanom obvode s minimálnymi nákladmi sa zdvojnásobí približne každé dva roky.
- **NAND (Negovaný logický súčin):** Logická operácia, ktorá je negáciou operácie AND. Je to **univerzálne hradlo**, z ktorého je možné zostaviť akýkoľvek iný logický člen.
- **Negácia (NOT):** Základná logická operácia, ktorá invertuje vstup (ak je vstup 1, výstup je 0, a naopak).
- **NOR (Negovaný logický súčet):** Logická operácia, ktorá je negáciou operácie OR. Je to tiež **univerzálne hradlo**.
- **OR (Logický súčet):** Základná logická operácia, ktorá má výstup 1 (pravda) vtedy, ak je aspoň **jeden** z jej vstupov 1. Schematická značka $\cup$ (obdĺžnik so špicatým predkom) alebo IEC (obdĺžnik s vnútornou značkou ≥ 1).
- **Princíp vylúčenia sporu:** Logický princíp, ktorý hovorí, že výrok a jeho negácia nemôžu byť súčasne pravdivé.
- **Princíp vylúčenia tretieho (tertium non datur):** Logický princíp, ktorý hovorí, že pre každý výrok platí, že je buď pravdivý, alebo nepravdivý (neexistuje tretia možnosť).
- **Pravdivostná tabuľka:** Tabuľka, ktorá systematicky zobrazuje výstup logickej funkcie pre každú možnú kombináciu vstupných premenných.
- **Tranzistor:** Základná polovodičová súčiastka, ktorá v číslicovej technike funguje ako elektronicky riadený spínač, tvoriaci základ logických hradiel.
- **UNKF (Úplná normálna konjunktívna forma):** Forma logickej funkcie vyjadrená ako **súčin súčtov** (maxtermov), ktoré zodpovedajú riadkom pravdivostnej tabuľky s výstupom $Y=0$.
- **UNDF (Úplná normálna disjunktívna forma):** Forma logickej funkcie vyjadrená ako **súčet súčinov** (mintermov), ktoré zodpovedajú riadkom pravdivostnej tabuľky s výstupom $Y=1$.
- **Výroková logika (Propositional Logic):** Najzákladnejšia vetva formálnej logiky, ktorá sa zaoberá pravdivostnou hodnotou výrokov a ich spájaním pomocou logických spojok.
- **XOR (Exclusive OR):** Logická operácia **výlučný súčet**, ktorá má výstup 1 len vtedy, ak je na jej vstupoch **nepárny počet** jednotiek (sú rôzne). Používa sa napr. pri sčítaní (súčet S pre Full Adder).
- **Zložený výrok:** Výrok, ktorý vznikol spojením dvoch alebo viacerých jednoduchých výrokov pomocou logických spojok (AND, OR atď.).