



1



2

Výroková logika

Jednoduchý výrok

Dunaj je rieka. *TRUE*

Zložený výrok

Dunaj je rieka *A* alebo hotel. *TRUE*



Zdroj: Wikipedia

3

Všetci Kréťania sú klamári.

Epimenides z Knózosu (cca 600 p.n.l.)



Tit 1,12

4

Táto veta je nepravdivá.

slido

5

Základné logické princípy

1. **Princíp dvojhodnotovosti (bivalencie)**
Existujú práve dve pravdivostné hodnoty – pravda a nepravda.
2. **Princíp vylúčenia tretieho (tertium non datur)**
Pre každý výrok platí, že buď je pravdivý tento výrok, alebo opak tohto výroku.
3. **Princíp vylúčenia sporu**
Pre každý výrok platí, že nie je súčasne pravdivý tento výrok aj opak tohto výroku

6

67 a. V Shakespearově Benátském kupci vystupuje dívka Porcie, a ta má tři skříňky — zlatou, stříbnou a olověnou — a v jedné z nich je Porciina podobizna. Kdo se uchází o její ruku, musí určit, v které skříňce podobizna je, a pokud má štěstí (nebo je tak chytrý) a uhodne, smí se s ní oženit. Na víku každé skříňky je nápis, který má nápadníkovi při volbě pomoci.

Dejme tomu, že by si Porcie chtěla vybrat manžela ne podle toho, jak je ctnostný, ale jen podle toho, jak je inteligentní. Dala na skříňky nápisy:

Zlatá	Stříbná	Olověná
PODOBIZNA JE V TĚTO SKŘÍŇCE	PODOBIZNA NENÍ V TĚTO SKŘÍŇCE	PODOBIZNA NENÍ VE ZLATÉ SKŘÍŇCE

Nápadníkovi prozradila, že z těch tří nápisů je nanejvýš jeden pravdivý. Kterou skříňku měl nápadník vybrat?



Portia a Shylock
by Thomas Sully
(Wikimedia)

Domněnka
U LOHA

7

Chcem vedieť viac...

Raymond M. SMULLYAN:

Jak se jmenuje tahle knížka?

What is the Name of this Book? (1981)

Mladá fronta : Praha, 1986.



8

George Boole

* 2. novembra 1815, Lincoln, Anglicko
† 8. decembra 1864, Ballinacorney, Írsko

– logik a matematik, profesor na Queen's College v Írsku

kvaterniony, matematická analýza, logika = základ informatiky

Systém na ohodnotenie pravdivostných hodnôt výrazov zložených z logických spojok AND, OR, NOT a logických premenných nadobúdajúcich iba dve hodnoty – 1 (PRAVDA) a 0 (NEPRAVDA).

The class X and the class not-X together make the Universe.
But the Universe is 1, and the class X is determined by the symbol x, therefore the class not-X will be determined by the symbol 1 - x.



Zdroj: Wikipédia

9

Výroková logika

Prší.

Ak prší, potom je cesta mokrá.

Cesta je mokrá

$$\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow q \\ q \end{array}$$

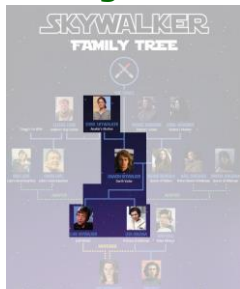
modus ponens

Expend
Systém



10

Prolog



Facts (The Knowledge Base): `rodic(Parent, Child)`

```
rodic(shimi, anakin).✓
rodic(anakin, luke).✓
rodic(anakin, leia).✓
```

```
muz(luke).✓
muz(anakin).✓
zena(leia).✓
zena(shimi).✓
```

Rules (The Logic):

```
babka(X, Z) :-
    zena(X),
    rodic(X, Y),
    rodic(Y, Z).
```

X X must be female
X X is a parent of Y
X Y is a parent of Z

Queries:

```
?- babka(leia, luke).
false
?- babka(X, luke).
X = shimi
```

11

Boolova algebra

B: $X \in \{0, 1\}$

Negácia (komplement) je unárna operácia na množine B, ktorú označujeme $\bar{x}$ a definujeme:

$$\bar{0} = 1 \text{ a } \bar{1} = 0$$

Logický súčet je binárna operácia na množine B, ktorú označujeme $+$ a definujeme takto:

$$0+0=0, \quad 0+1=1, \quad 1+0=1, \quad 1+1=1$$

ALBO
OR

Logický súčin je binárna operácia na množine B, ktorú označujeme $\cdot$ a definujeme takto:

$$0,0=0, \quad 0,1=0, \quad 1,0=0, \quad 1,1=1$$



Zdroj: Wikipédia

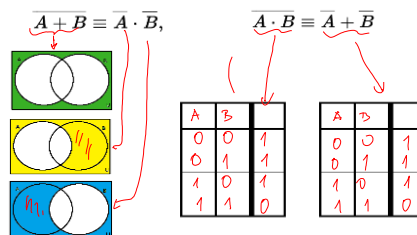
12

Pre každé $x, y, z \in B$ platí (pozor na prekľepy $\oplus$)

$x + y = y + x$ ✓	$x \cdot y = y \cdot x$	komutatívne zákony
$(x + y) + z = x + (y + z)$ ✓	$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$	asociatívne zákony
$(x + y) \cdot z = (x \cdot z) + (y \cdot z)$ ✓	$(x \cdot y) + z = (x + z) \cdot (y + z)$	distributívne zákony
$x + \bar{x} \cdot \bar{y} = x + \bar{y}$	$\bar{x} \cdot \bar{y} = \overline{x + y}$	de Morganove zákony
$x + x = x$ 0+0=0 1+1=1	$x \cdot x = x$ 0·0=0 1·1=1	zákony idempotentnosti
$x + \bar{x} = 1$ 0+0=1 0+1=1 1+0=1 1+1=1	$x \cdot \bar{x} = 0$	zákony komplementárnosti
$\bar{\bar{x}} = x$		zákon involúcie
$x + (x \cdot y) = x$	$x \cdot (x + y) = x$	zákony absorpcie
$x + 0 = x$	$x \cdot 1 = x$	zákony identity
$x + 1 = 1$	$x \cdot 0 = 0$	
Zákon jednotkového sčítavania	Zákon nulového násobenia	

13

De Morgan



Augustus De Morgan (1806-1871)

Zdroj: Wikipédia

14

Negácia

Tabuľka

A	Y
0	1
1	0

Rovnica

$$Y = \bar{A}$$

Karnaughova mapa



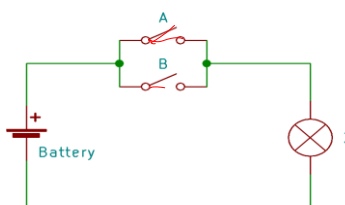
Schematická značka



15

Logický súčet

OR



A	B	Z
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

16

Logický súčet

OR

Tabuľka

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Rovnica

$$Y = A + B$$

Karnaughova mapa



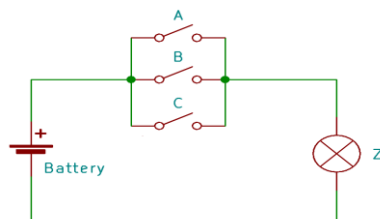
Schematická značka



17

Logický súčet viac premenných

OR



18

Logický súčet viac premenných

OR

Tabuľka

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Rovnica

$$Y = A + B + C$$

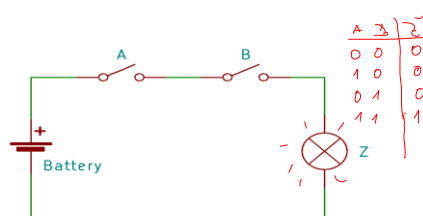
Schematická značka



19

Logický súčin

AND



A	B	Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

20

Logický súčin

AND

Tabuľka

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Rovnica

$$Y = A \cdot B$$



Karnaughova mapa

A	B
0	0
0	1
1	0
1	1

Schematická značka



21

Logický súčin viac premenných

AND

Tabuľka

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Rovnica

$$Y = A \cdot B \cdot C$$

Schematická značka



22

Exclusive OR

Vylúčivacia alebo

XOR

Tabuľka

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Rovnica

$$Y = A \oplus B$$

Karnaughova mapa

A	B
0	1
1	0

Schematická značka



23

Negovaný logický súčet

NOR

Tabuľka

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Rovnica

$$Y = \overline{A + B}$$

Karnaughova mapa

A	B
0	0
0	1
1	0
1	1

Schematická značka



24

Negovaný logický súčin

NAND

Tabuľka

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Rovnica

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

Karnaughova mapa

Schematická značka

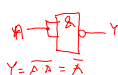


<https://simulator.io/board/7TnCxYtsRB/1>

25

NAND – úplný logický systém

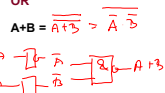
NOT



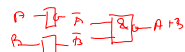
AND



OR



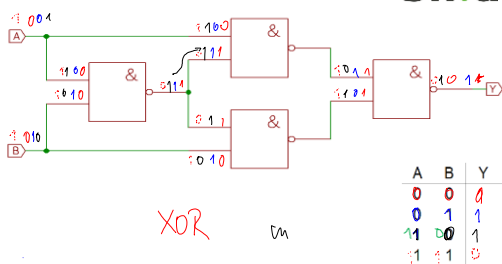
NOR



26

NAND – úplný logický systém

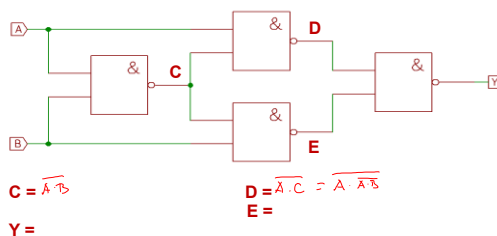
slido



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

27

NAND – úplný logický systém



$$C = \overline{A \cdot B}$$

$$Y =$$

$$D = \overline{A \cdot C} = \overline{A \cdot \overline{A \cdot B}}$$

$$E =$$

28

Koľko je logických funkcií jednej premennej?

A	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
0	1	0	0	1		
1	0	1	0	1		

$$Y_1 = \overline{A}$$

$$Y_2 = A$$

$$Y_3 = 0$$

$$Y_4 = 1$$

29

Koľko je logických funkcií dvoch premenných?

A	B	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
0	0	0	0				
0	1	0	0				
1	0	0	0				
1	1	0	1				

$$Y_1 = 0$$

$$Y_2 = A \cdot B$$

16

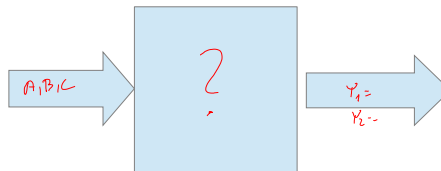
30

Koľko je logických funkcií?

0 0 1 1	A		
0 1 0 1	B		
0 0 0 0	nulová funkcia	$y_1 = 0$	✓
0 0 0 1	logický súčin, konjunkcia	$y_2 = A \cdot B$	AND
0 0 1 0	negácia implikácie, zábrana, inhibícia	$y_3 = \bar{A} \Rightarrow B$	
0 0 1 1	premená A	$y_4 = A$	
0 1 0 0	negácia obrátenej implikácie	$y_5 = \bar{B} \Rightarrow A$	
0 1 0 1	premená B	$y_6 = B$	
0 1 1 0	exkluzívny súčet, nonekvivalencia, XOR	$y_7 = A \oplus B$	XOR
0 1 1 1	logický súčet, disjunkcia, OR	$y_8 = A + B$	OR
1 0 0 0	negovaný logický súčet, Pierceova funkcia NOR	$y_9 = \bar{A + B}$	NOR
1 0 0 1	zhoda, ekvivalencia	$y_{10} = A \equiv B$	
1 0 1 0	negácia B	$y_{11} = \bar{B}$	
1 0 1 1	obrátená implikácia	$y_{12} = \bar{B} \Rightarrow A$	
1 1 0 0	negácia A	$y_{13} = \bar{A}$	
1 1 0 1	implikácia	$y_{14} = A \Rightarrow B$	
1 1 1 0	negovaný logický súčin, Shefferova funkcia NAND	$y_{15} = \bar{A \cdot B}$	NAND
1 1 1 1	jednotková funkcia	$y_{16} = 1$	✓

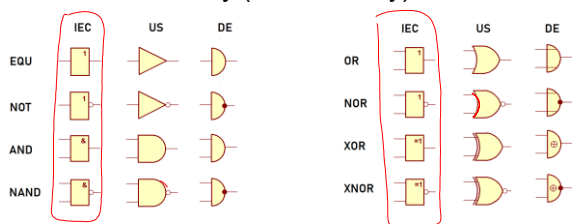
31

Syntéza logických obvodov



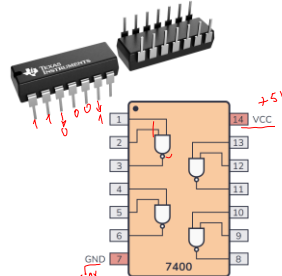
32

Značky (rôzne normy)



33

4x dvojitý NAND 7400



PATERCING		October 1989	DM7400 Quad 2-Input NAND Gates																		
General Description		Revised July 2001																			
The 7400 series consists of four independent NAND gates each of which performs the logic NAND function.																					
Ordering Code:		Package Description																			
DM7400	SOIC	14-Pin Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-012, 5.097 mm																			
DM7400C	SOIC	14-Pin Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-012, 5.097 mm																			
DM7400D	SOIC	14-Pin Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-012, 5.097 mm																			
DM7400E	SOIC	14-Pin Small Outline Integrated Circuit (SOIC), JEDEC MS-012, 5.097 mm																			
Connection Diagram:		Function Table																			
		<table><tr><th colspan="3">y = AB</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>Output</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>		y = AB			A	B	Output	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
y = AB																					
A	B	Output																			
0	0	1																			
0	1	0																			
1	0	0																			
1	1	1																			
Recommended Operating Conditions																					
Symbol	Parameter	Min	Max	Units																	
V _{CC}	Supply Voltage	5.0	5.5	V																	
V _{IN}	Input Voltage	0	5.5	V																	
V _{OL}	Output Low Voltage	0	0.4	V																	
V _{OH}	Output High Voltage	2.7	5.0	V																	
T _A	Operating Temperature	-55	125	°C																	
T _{stg}	Storage Temperature	-65	150	°C																	

34

Zhrnutie

Logické princípy

Boolova algebra, DeMorganove pravidlá

Logické členy NOT, OR, AND, NAND, NOR, XOR

Reprezentácia logickej funkcie

tabuľkou, rovnicou, schémou a K—mapou

Schematické značky logických členov

35