

Cvičenie: Spracovanie nameraných hodnôt.

Cieľ: na tomto cvičení postupne prejdeme krok za krokom celý postup vyhodnotenia faktorov súvisiacich s presnosťou podľa normy STN EN 60 770.

Výpočty chýb

Chyba (Error)

Rozdiel medzi nameranou veličinou a zodpovedajúcou ideálnou hodnotou na výstupe. Obvykle sa vyjadruje v percentách rozpätia ideálneho výstupu:

$$e = \frac{Y_{\text{odmerané}} - Y_{\text{ideálne}}}{Y_{\text{max}} - Y_{\text{min}}} \cdot 100\%$$

Kladná chyba znamená, že odmeraná hodnota na výstupe je väčšia ako ideálna hodnota na výstupe.

Vstupný rozsah: 20.0 – 120.0 [kPa]
Výstupný rozsah: 0.0 – 100.0 [mV]

Vstup [kPa]	Zmerané hodnoty v [mV]					
	1. meranie		2. meranie		3. meranie	
	nahor	nadol	nahor	nadol	nahor	nadol
20	-0,04	-0,04	-0,05	-0,05	-0,06	-0,06
30	10,06	10,14	10,04	10,15	10,05	10,16
40	20,13	20,23	20,08	20,26	20,09	20,26
50	30,11	30,24	30,09	30,25	30,10	30,26
60	39,96	40,13	39,93	40,15	39,96	40,17
70	49,82	49,98	49,84	50,01	49,87	50,01
80	59,73	59,88	59,75	59,90	59,77	59,92
90	69,68	69,83	69,70	69,84	69,72	69,88
100	79,73	79,83	79,74	79,85	79,78	79,87
110	89,84	89,94	89,85	89,95	89,86	89,96
120	100,09	100,09	100,11	100,11	100,10	100,10

Tabuľka 1: Namerané hodnoty.

Z predložených výsledkov merania charakteristík snímača tlaku (viď. tab.1) vytvorte tabuľku chýb výstupu (viď. tab.2). Do prvého stĺpca zapíšeme vstupnú veličinu v percentách a ďalej chyby jednotlivých meraní v percentách ideálneho výstupného rozpätia (stĺpce 2 – 7).

Napokon vypočítame aj priemerné chyby z jednotlivých meraní smerom nahor, nadol a na záver celkovú priemernú chybu (stĺpce 8 – 10).

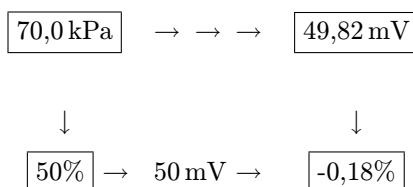
Na cvičení nebudeme počítat celú tabuľku, ale len jednu vzorovú hodnotu. Zoberieme napríklad prvú nameranú hodnotu pre vstup 70 kPa (50%).

Premietnuť na fóliu!

Vstup: 20 – 120 kPa

Výstup: 0 – 100 mV

Nameraná hodnota: 49,82 mV pri 70 kPa.



$$\frac{49,82 - 50}{100 - 0} \cdot 100\% = \frac{-0,18}{100} \cdot 100\% = -0,18\%$$

Výsledok zapíšeme do 1. stĺpca tabuľky. Podobným spôsobom vypočítame aj ostatné stĺpce a vypočítame aj priemerné chyby v stĺpcoch 8 – 10. Dostaneme tak tabuľku, ktorá by mala vyzeráť podobne ako táto.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vstup [%]	Chyby v % výstupného rozpätia								
	1. meranie		2. meranie		3. meranie		Priemery		Priemerná chyba
	nahor	nadol	nahor	nadol	nahor	nadol	nahor	nadol	
0	-0,04	-0,04	-0,05	-0,05	—	-0,06	—	-0,05	-0,05
10	+0,06	+0,14	+0,04	+0,15	+0,05	+0,16	+0,05	+0,15	+0,10
20	+0,13	+0,23	+0,08	+0,26	+0,09	+0,26	+0,10	+0,25	+0,175
30	+0,11	+0,24	+0,09	+0,25	+0,10	+0,26	+0,10	+0,25	+0,175
40	-0,04	+0,13	-0,07	+0,15	-0,04	+0,17	-0,05	+0,15	+0,05
50	-0,18	-0,02	-0,16	+0,01	-0,13	+0,01	-0,16	+0,00	-0,08
60	-0,27	-0,12	-0,25	-0,10	-0,23	-0,08	-0,25	-0,10	-0,175
70	-0,32	-0,17	-0,30	-0,16	-0,28	-0,12	-0,30	-0,15	-0,225
80	-0,27	-0,17	-0,26	-0,15	-0,22	-0,13	-0,25	-0,15	-0,20
90	-0,16	-0,06	-0,15	-0,05	-0,14	-0,04	-0,15	-0,05	-0,10
100	+0,09	+0,09	+0,11	+0,11	+0,10	—	+0,10	—	+0,10

Tabuľka 2: Namerané chyby.

Nepresnosť, nameraná chyba, hysteréza a opakovateľnosť

Z premietnutej tabuľky na fólii určte nepresnosť, nameranú chybu, hysterézu a opakovateľnosť. Rozdať študentom nakopírovanú dvojtábuľku!

1. Nepresnosť (inaccuracy)

Najväčšia kladná a záporná odchýlka určená z chýb pre merania smerom nahor alebo nadol (stĺpce 2 až 7) uvedená v percentách výstupného rozpätia.

Nájdite!

V našom príklade je to hodnota -0,32% zo stĺpca 2 a hodnota +0,26% zo stĺpcov 5 alebo 7. Preto **nepresnosť je -0,32% a +0,26%**.

2. Meraná chyba (measured error)

Najväčšia priemerná odchýlka (v absolútnej hodnote) určená z kriviek priemerných chýb pre merania smerom nahor alebo nadol (stĺpce 8 a 9).

Nájdite!

V našom príklade je to hodnota 0,25 zo stĺpca 9 a hodnota 0,30% zo stĺpca 8. Preto **chyba merania je 0,30% pri vstupnom signále 70%**.

3. Hysteréza (hysteresis)

Najväčší rozdiel medzi chybami výstupu pre tú istú vstupnú veličinu z merania smerom nahor a nadol. Zaznamenaná sa maximálna hodnota určená zo všetkých meracích cyklov.

V našom príklade je najväčší rozdiel v druhom cykle pri vstupe 40%.

Vypočítajte číselnú hodnotu!

$$0,15 - (-0,07) = 0,22\%$$

Hysteréza je 0,22 %.

4. Neopakovateľnosť (non-repeatability)

Je to rozdiel medzi krajnými hodnotami výstupných hodnôt zmeraných pri rovnakej vstupnej veličine. Hodnoty musia pochádzať z relatívne krátkeho časového intervalu a z merania rovnakým smerom.

Určujeme ju priamo z tabuľky 2 tak, že nájdeme maximálny rozdiel medzi všetkými nameranými chybami pre jednu vstupnú hodnotu a to samostatne pre rastúce a samostatne pre klesajúce hodnoty – t.j. rozdiely stĺpcov 2 a 4, 2 a 6, 4 a 6, 3 a 5, 3 a 7, 5 a 7. Najväčší z týchto rozdielov sa uvedie ako neopakovateľnosť.

V našom príklade je najväčší rozdiel medzi hodnotami zmeranými pri vstupe 20%. c

Vypočítajte uvedené rozdiely a nájdite hodnotu neopakovateľnosti!

Najväčší rozdiel je medzi hodnotami zmeranými v prvom a druhom cykle pri vstupe 20%. .

$$0,13 - 0,08 = 0,05\%$$

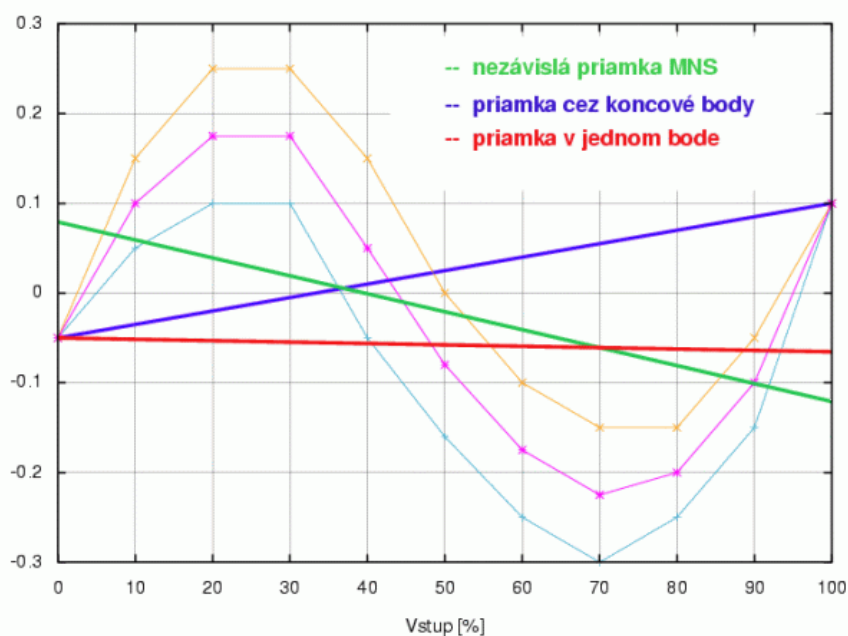
Neopakovateľnosť je 0,05 %.

Nelinearita

Nelinearita sa trochu vymyká spomedzi ostatných parametrov týkajúcich sa presnosti, preto sa jej budeme venovať osobitne.

Nelinearita založená na koncových bodoch (non-linearity; terminal based)

Maximálna odchýlka medzi priemernou krivkou a zvolenou priamkou. Pre lineárnu prevodovú charakteristiku je to *nelinearita*, všeobecný názov je *nehoda*, *nekonformnosť* (non-conformity).



Obr. 1: Rôzne typy priamok pre určenie konformnosti.

Určíme rovnicu priamky prechádzajúcej cez koncové body chybovej krivky. Môžeme použiť aj iný spôsob stanovenia nelinearity – napríklad k priamke určenej metódou najmenších štvorcov (tzv. *nezávislá nelinearita*), alebo k priamke prechádzajúcej počiatkom rozsahu (*nelinearita založená na nule*) – viď obr.1. Samozrejme, že pre každú priamku dostaneme aj inú hodnotu nelinearity, preto treba uviesť, ktorý typ sme použili.

Ďalej sa preto pozrieme, ako z údajov v tabuľke vypočítame rovnicu priamky pre každý z uvedených prípadov.

Nezávislá nelinearita – priamka preložená MNŠ

Minimalizujeme výraz

$$Q_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2$$

Derivovaním tejto funkcie podľa a a b dostaneme sústavu rovníc

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i &= an + b \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i &= a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{aligned}$$

Vyriešte pre hodnoty z tabuľky 2 (vstup priemer)!

```
octave:1> x = [ 0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 ]
```

```
octave:2> y = [ -0.05 +0.10 +0.175 +0.175 +0.05 -0.08 -0.175 -0.225 -0.20 -0.10 +0.10 ]
```

```
octave:3> P = polyfit(x,y,1)
```

```
P =
-0.0020000
 0.0790909
```

Rovnica priamky je teda

$$P : y = -0,002x + 0,079$$

Nájdite najväčšiu odchýlku nameraných bodov od tejto priamky!

Najväčšia odchýlka od tejto priamky je pri vstupe 100% a jej hodnota je

```
octave:4> max(y-polyval(P,x))
ans = 0.22091
```

Priamka preložená koncovými bodmi

Vypočítajte rovnicu priamky prechádzajúcej koncovými bodmi (t.j. bodmi $[0, -0.05]$ a $[100, 0.10]$)!

```
octave:5>P=polyfit([0,100],[-0.05,0.10],1)
P =
 0.0015
-0.0500
```

Rovnica priamky je teda

$$P : y = 0,0015x - 0,05$$

Nájdite najväčšiu odchýlku nameraných bodov od tejto priamky!

Najväčšia odchýlka od tejto priamky je pri vstupe 70% a jej hodnota je

```
octave:6>max(y-polyval(P,x))
ans = -0.2800
```

Nelinearita založená na nule

Táto nelinearita s vzťahuje k priamke prechádzajúcej počiatkom rozsahu (*nelinearita založená na nule*) – viď obr.1.

Hľadáme teda priamku prechádzajúcu nulou, ktorej sklon nastavíme MNŠ.

Vyriešte za domácu úlohu. (?)

Rovnica priamky bude v tvare

$$y = ax + 0$$

Kriteriálna funkcia je

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i)^2$$

Po zderivovaní podľa a dostaneme

$$2 \sum_{i=1}^n (-x_i)(y_i - ax_i) = 0$$

odkiaľ po úprave

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

```
octave:7> a = sum(x.*y)/sum(x.*x)
a = -8.7013e-04
```

Rovnica priamky je teda

$$P : y = -0,00087013x$$

Najväčšia odchýlka od tejto priamky je pri vstupe 30% a jej hodnota je

```
octave:8> max(y - polyval([k,0],x))
ans = 0.20110
```

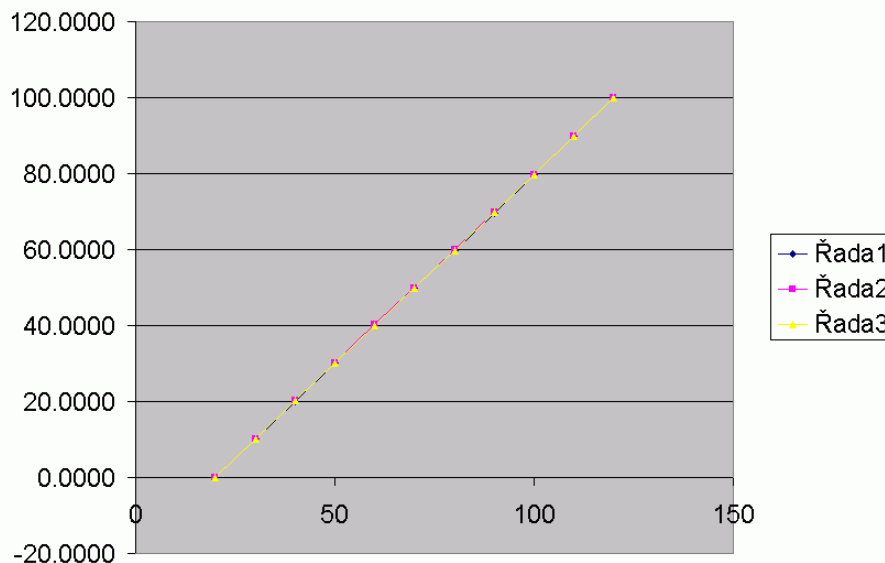
Teraz rozdať každému študentovi individuálne zadanie (papierik s nameranými hodnotami). Úlohou je urobiť všetky požadované výpočty a na ďalšie cvičenie priniesť výsledky všetkých piatich parametrov. Bodované!

Grafy

Graf dobrý vs. graf z Excelu.

Nakreslite prevodovú charakteristiku meracieho člena tlaku.

Ak jednoducho vezmeme namerané údaje a vložíme ich napr. do Excelu, nakreslenie grafu je otázka niekoľkých (7) kliknutí myšou. Z údajov v tab.1 potom dostaneme takýto graf:

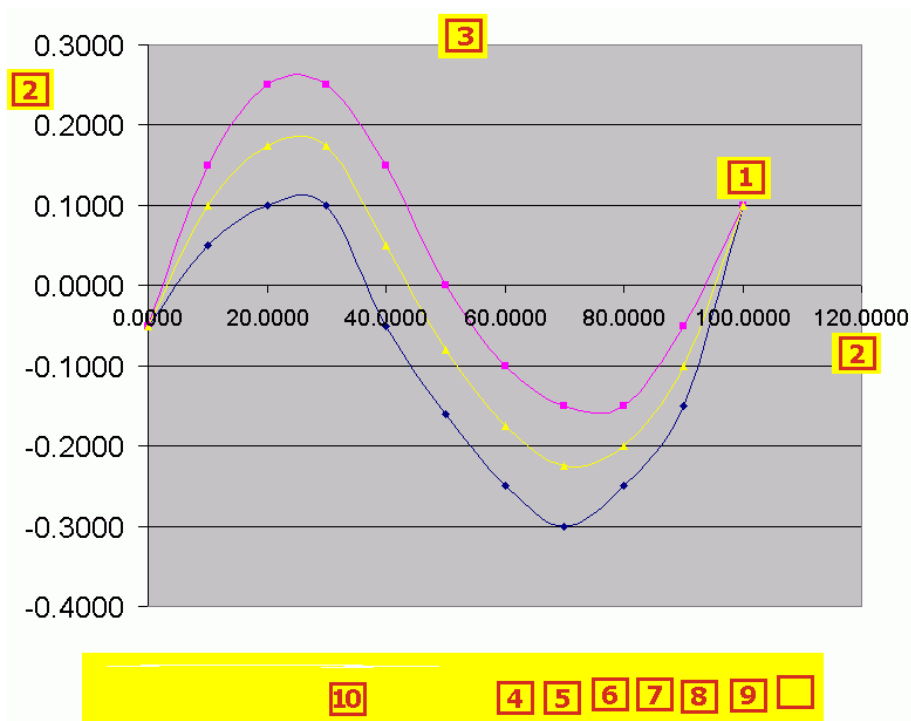


Obr. 2: Prevodová charakteristika snímača tlaku (Excel97).

Pretože meranie bolo vcelku presné, namerané charakteristiky prakticky splývajú s ideálnou i navzájom. Vizuálna informácia je prakticky nulová. Takýto graf je teda nanič.

Možná náprava: namiesto závislosti vstup – výstup vynesieme do grafu závislosť vstup – odchýlka. Po niekoľkých ďalších kliknutiach Excel (resp. študent) vytvorí nasledovný graf (viď obr. 3).

Na tomto obrázku vidno všetky neresti ktoré sa na odovzdávaných grafoch vyskytujú.

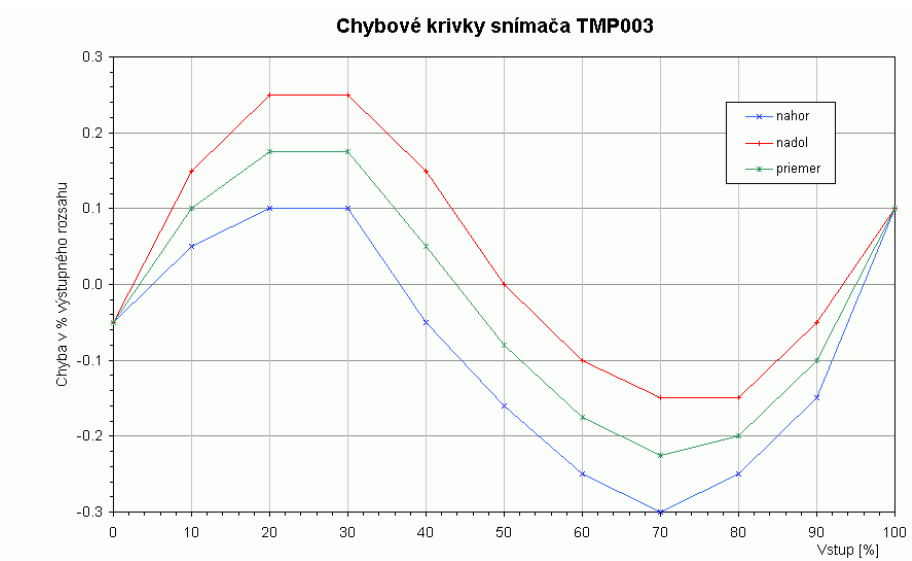


Obr. 3: Chybové krivky snímača tlaku (Excel97).

1. Chýbajúca legenda – nevieme rozlíšiť, čo ktorá čiara znamená.
2. Nevhodne zvolené farby čiar – nevieme rozlíšiť, ktorá čiara patrí ktorej charakteristike
3. Chýba názov grafu – nevieme, na čo sa vlastne pozeráme
4. Chýba názov premennej pri jednotlivých osiach, nie sú uvedené ani jednotky.
5. Popisky osí sú uvedené s nezmyselnou presnosťou (20.000)
6. Cez namerané body je preložená splinová krivka – neodôvodnene.
7. Sivé pozadie zbytočne zhoršuje čitateľnosť
8. Prečo je mriežka len na jednej osi?
9. Chýbajú zvýraznené namerané hodnoty - alebo je to graf z 1000 nameraných bodov?

Na záver ukážka, ako by mohol vyzeráť uvedený graf po odstránení nedostatkov. Pravda, na jeho vytvorenie bolo potrebných niekoľkonásobne viac kliknutí. Preto na kreslenie grafov odporúčame lepší software (Gnuplot, Octave, Matlab).

Richard Balogh
február 2004



Obr. 4: Prevodová charakteristika snímača tlaku (Excel97).