Charakteristiky senzorov

Prednáška MISA č. 3
28. 2. 2022

Columna 1 by JacktheFlipper-de
https://www.deviantart.com/jacktheflipper-de/art/Columna-1-Waterdrop-Studio-398431238

Úvod

- Vnútri snímača dochádza k viacerým zmenám energie.
- Na snímač nahliadame ako na black-box (čierna skrinka).
- Sledujeme len hodnoty výstupu a vstupu.
- Základnou charakteristikou snímača je vzťah vstup - výstup.

Prenosová funkcia = Prevodová charakteristika

- Pre každý senzor existuje ideálny alebo teoretický vzťah medzi výstupom a impulzom
- Ideálna funkcia môže byt uvedená vo forme tabuľky, grafu alebo rovnice
- Prenosová funkcia určuje závislosť medzi elektrickým signálom S a impulzom s s: $S = f(s)$
- V mnohých prípadoch je tento vzťah jednorozmerný charakterizovaný

$$S = a + bs$$

- Kde a je priesečník t.j. výstupný signál pri nulovom vstupnom signále a b je sklon(citlivost)
- S je jednou z charakteristík výstupu, môže byt amplitúda, frekvencia alebo fáza v závislosti od vlastností snímača

Matematický model snímača

- Ideálny prípad: odvodenie matematického modelu snímača z fyz. a chem. vzťahov.
- Matematický model – vyjadrenie vzťahu pre inverznú prenosovú funkciu.
- V praxi je odvodenie mat. modelu náročné alebo je s ním náročné pracovať.
- Využívajú sa rôzne aproximácie.

Prenosová funkcia

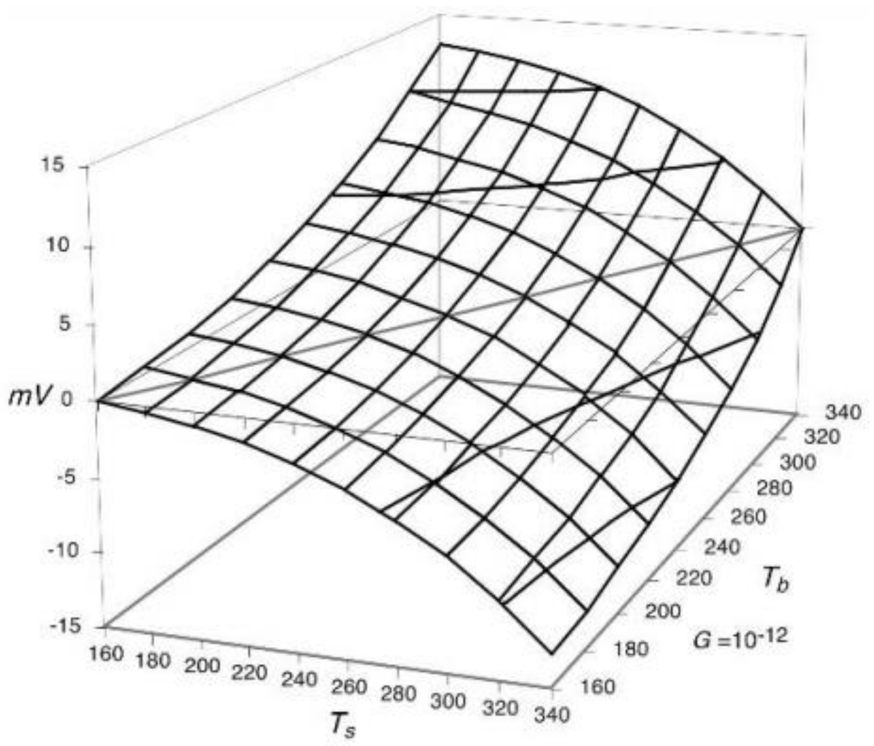
- Logaritmická funkcia: $S = a + b\,ln\,s$
- Exponenciálna funkcia: $\mathrm{S} = ae^{ks}$
- Výkonová funkcia: $\mathrm{S} = a_0 + a_1 s^k$
- Kde k je konštanta, senzor môže mat takú prenosovú funkciu, že žiadna z vyššie uvedených aproximácií nevyhovuje, vtom prípade je použitá polynomiálna aproximácia vyššieho rádu
- Pre nelineárnu prenosovú funkciu citlivosť b nie je fixné číslo, definované je ako: $b = \frac{dS(s_0)}{ds}$

Prenosová funkcia

- V mnohých prípadoch môže byt nelineárny snímač považovaný za lineárny v obmedzenom rozsahu, nazýva sa to aproximácia po častiach
- Prenosová funkcia môže byt viacrozmerná keď je výstup senzoru ovplyvnený viac ako jedným vstupom, napríklad infračervený snímač
- Funkcia spája dve teploty T_b absolútnu teplotu meraného objektu a T_s absolútnu teplotu povrchu senzoru a výstup vo Voltoch $V = G\left(T_b^4 - T_s^4\right)$ kde G je konštanta
- Pre definovanie citlivosti senzoru použijeme vzťah: $b = \frac{\partial V}{\partial T_b} = 4GT_b^3$

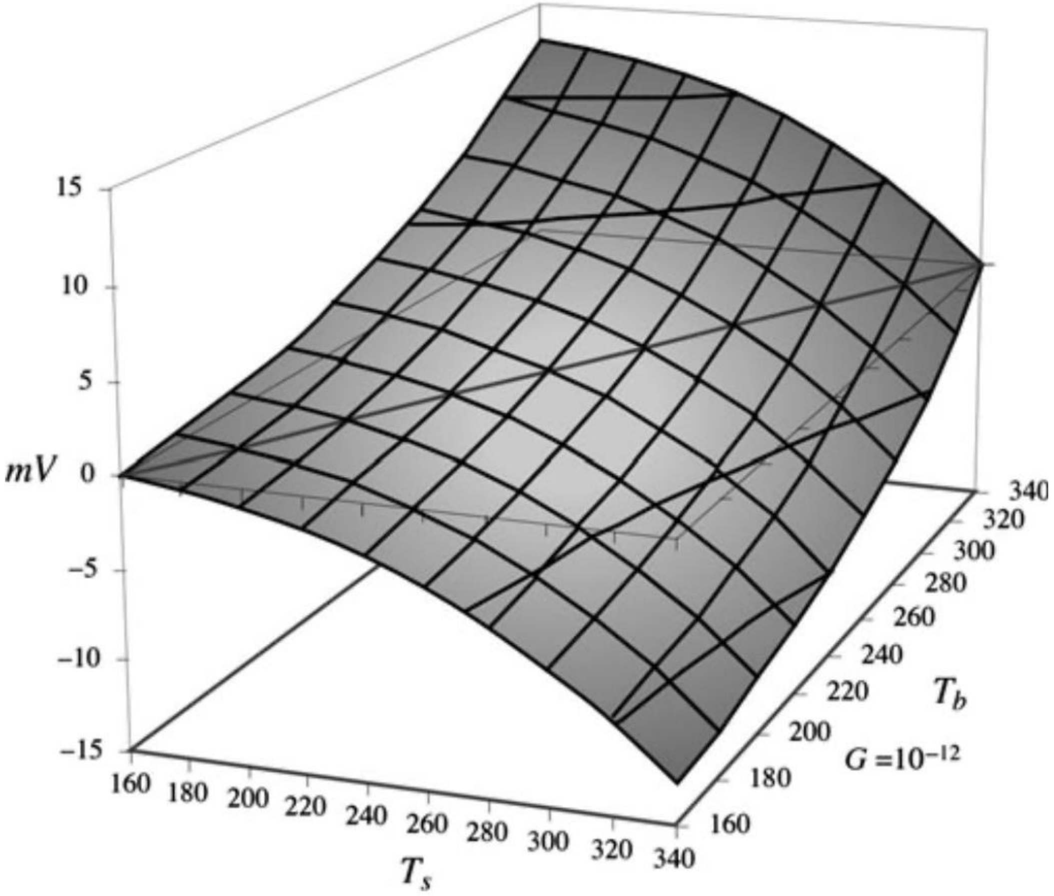
Prenosová funkcia

- Grafické znázornenie dvojrozmernej prenosovej funkcie
- Podľa grafu môžeme vidieť že hodnotu výstupného napätia môžeme jednoznačne určiť z dvoch vstupných teplôt



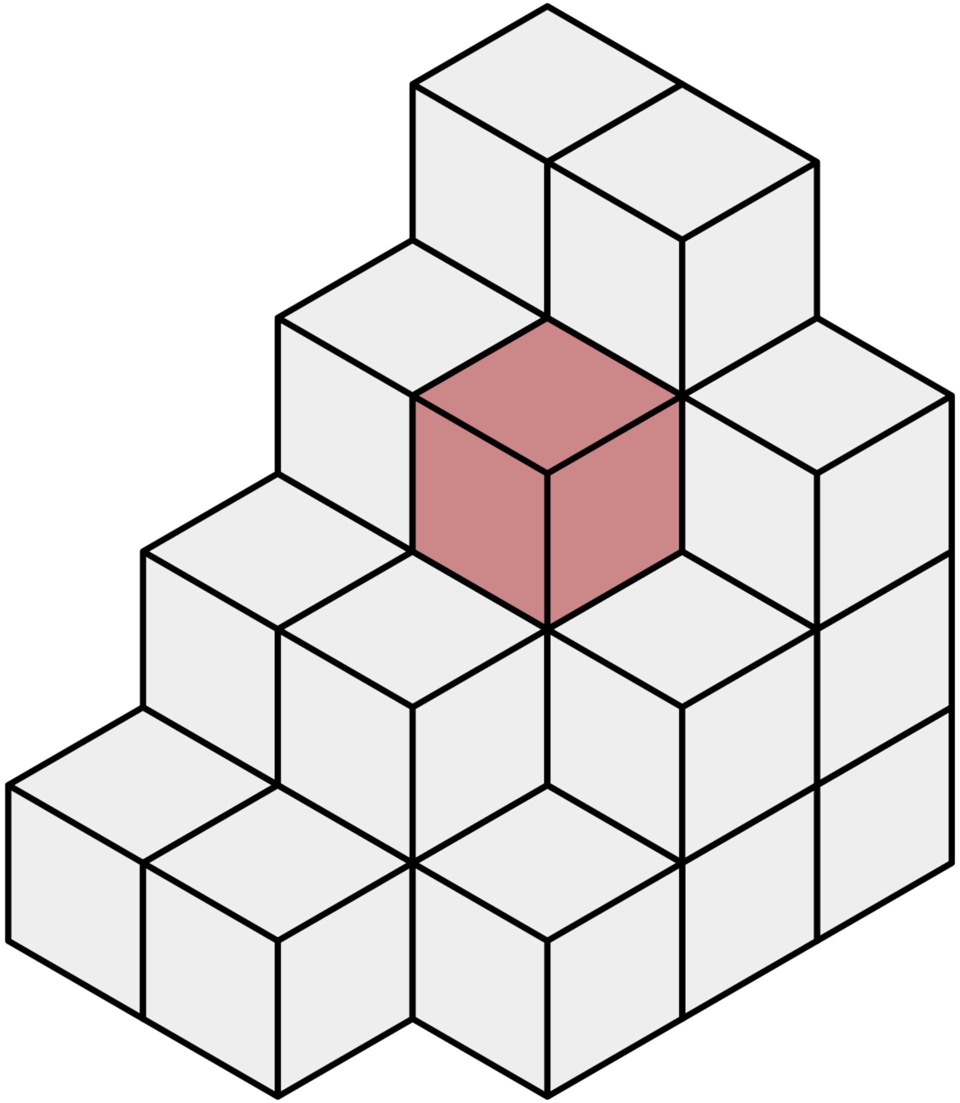
Viacrozmerné prenosové funkcie

- Prenosová funkcia je viacrozmerná, ak výstup snímača závisí od viacerých vstupných stimulov
- Príkladom je prenosová funkcia snímača teplotného žiarenia.
- Výstup závisí od teploty meraného objektu Tb a od teploty na povrchu snímača Ts.
- . $$V = G\left(T_b^4 - T_s^4\right)$$
- Parabola 4-tého rádu
- G - konštanta



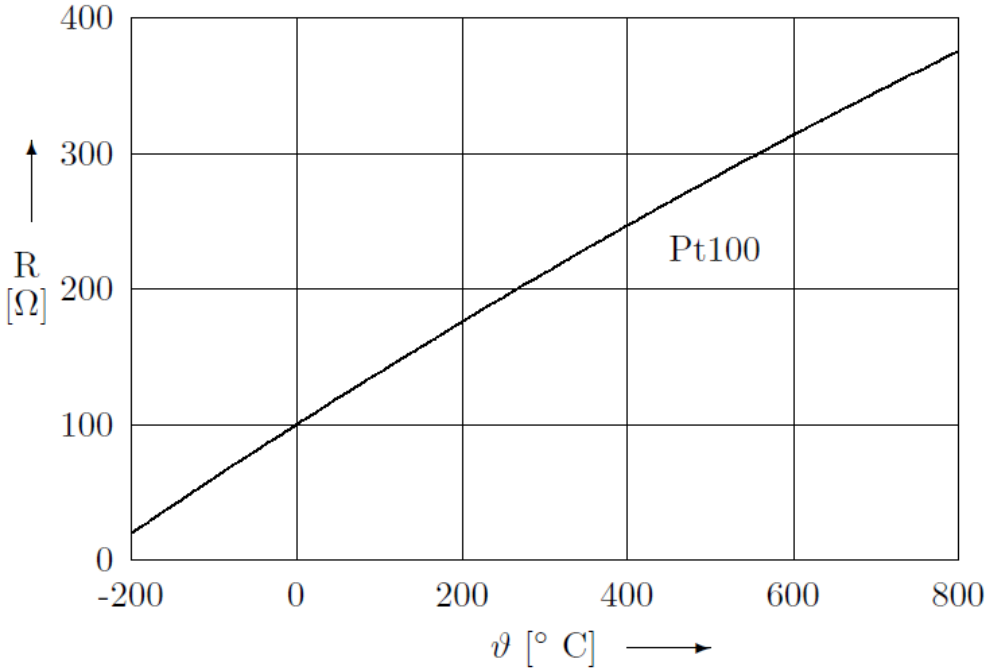
Viacrozmerné prenosové funkcie

- Využitie??
- Image processing - mapovanie informácií voxelu na vlastnosti farby a priehľadnosti
- Voxel - analógia k pixelu, ktorý reprezentuje 2D grafiku
- Vektorová grafika, rendrovanie



Prevodová charakteristika

- Transfer function (I/O characteristics)
- Zadaná
  - Grafom
  - Tabuľkou
  - Funkciou



Obr. 33: *Prevodová charakteristika Pt100.*

- **Matematický model**

ϑ [°C]	−5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
R [Ω]	98,04	100,000	101,953	103,903	105,849	107,793	109,735	111,673	113,608	115,541	117,470
ϑ [°C]	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
R [Ω]	119,397	121,321	123,242	125,160	127,075	128,987	130,897	132,803	134,707	136,608	138,505

Tabuľka 3: *Hodnoty odporu pre snímač Pt 100 (IEC 751).*

Závislosť odporu Pt 100 na teplote nie je lineárna a dá sa v rozsahu 0 – 850 °C popísať polynómom

$$R(\vartheta) = R_0(1 + A.\vartheta + B.\vartheta^2)$$

kde R_0 je odpor pri teplote 0 °C (t.j. 100 Ω), A a B sú materiálové konštanty: $A = 3,9083 \cdot 10^{-3}\,°C^{-1}$; $B = -5,775 \cdot 10^{-7}\,°C^{-2}$ (podľa IEC 751).

Inverzná prevodová charakteristika

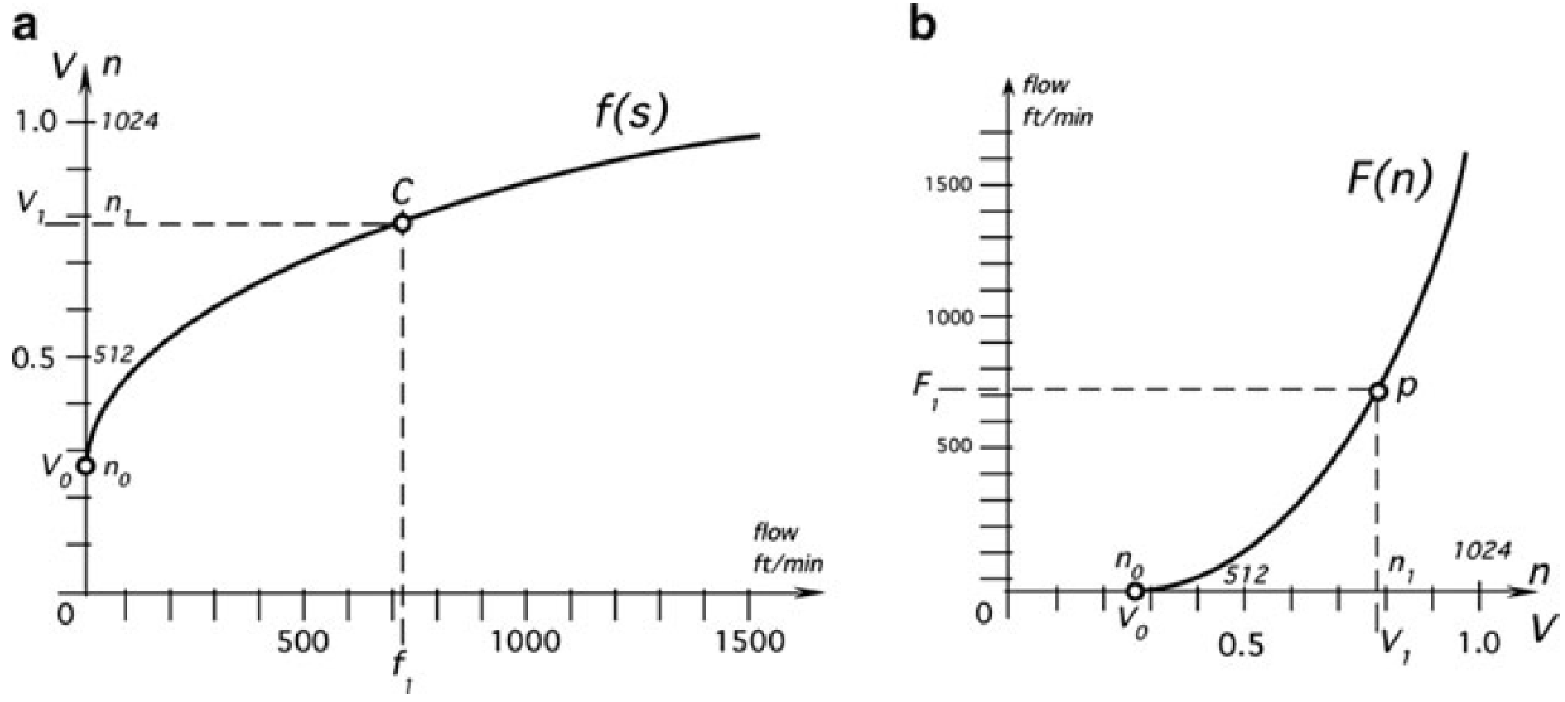
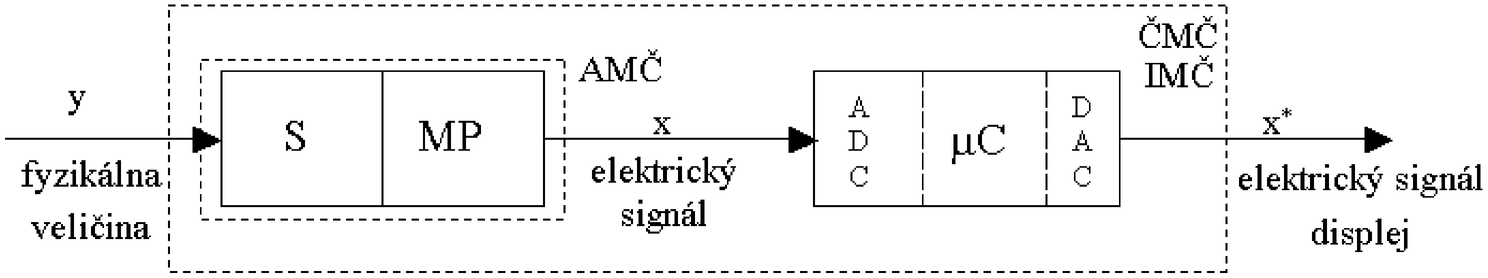
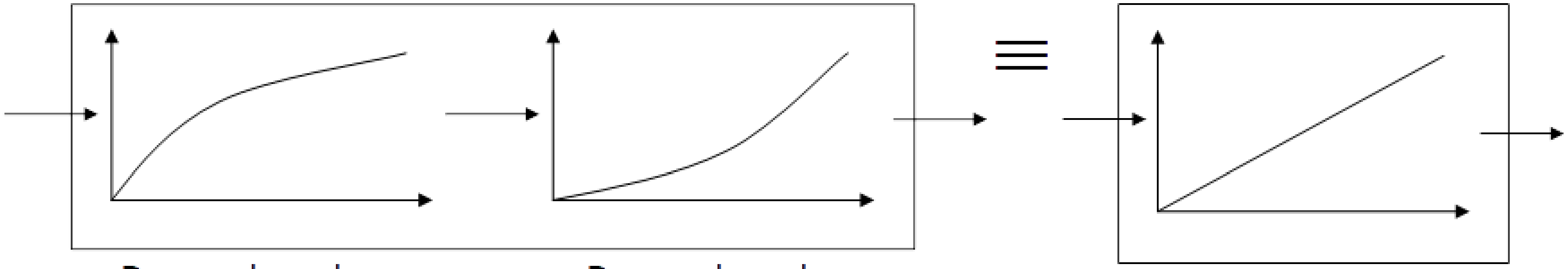


Fig. 2.1 Transfer function (**a**) and inverse transfer function (**b**) of a thermo-anemometer

Linearizácia prevodovej charakteristiky snímača



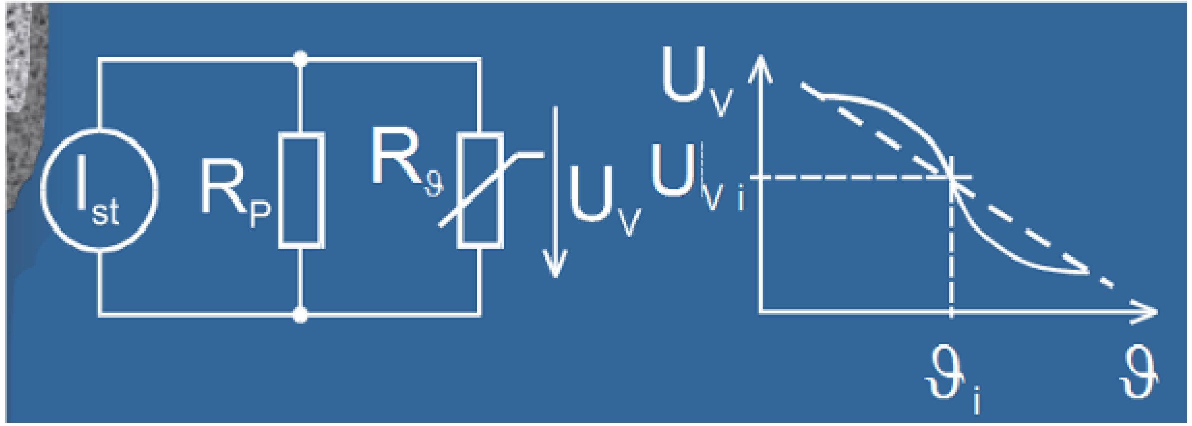


Prev. charak.
senzora

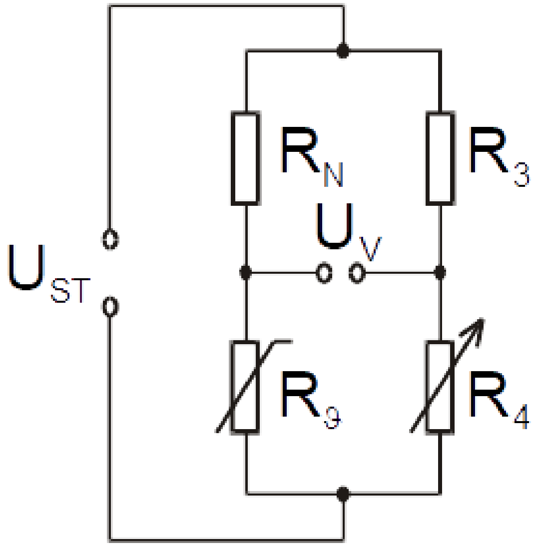
Prev. charak.
linearizačného člena

Výsledná lineárna
prev. charak. IMČ

Linearizácia paralelným zapojením

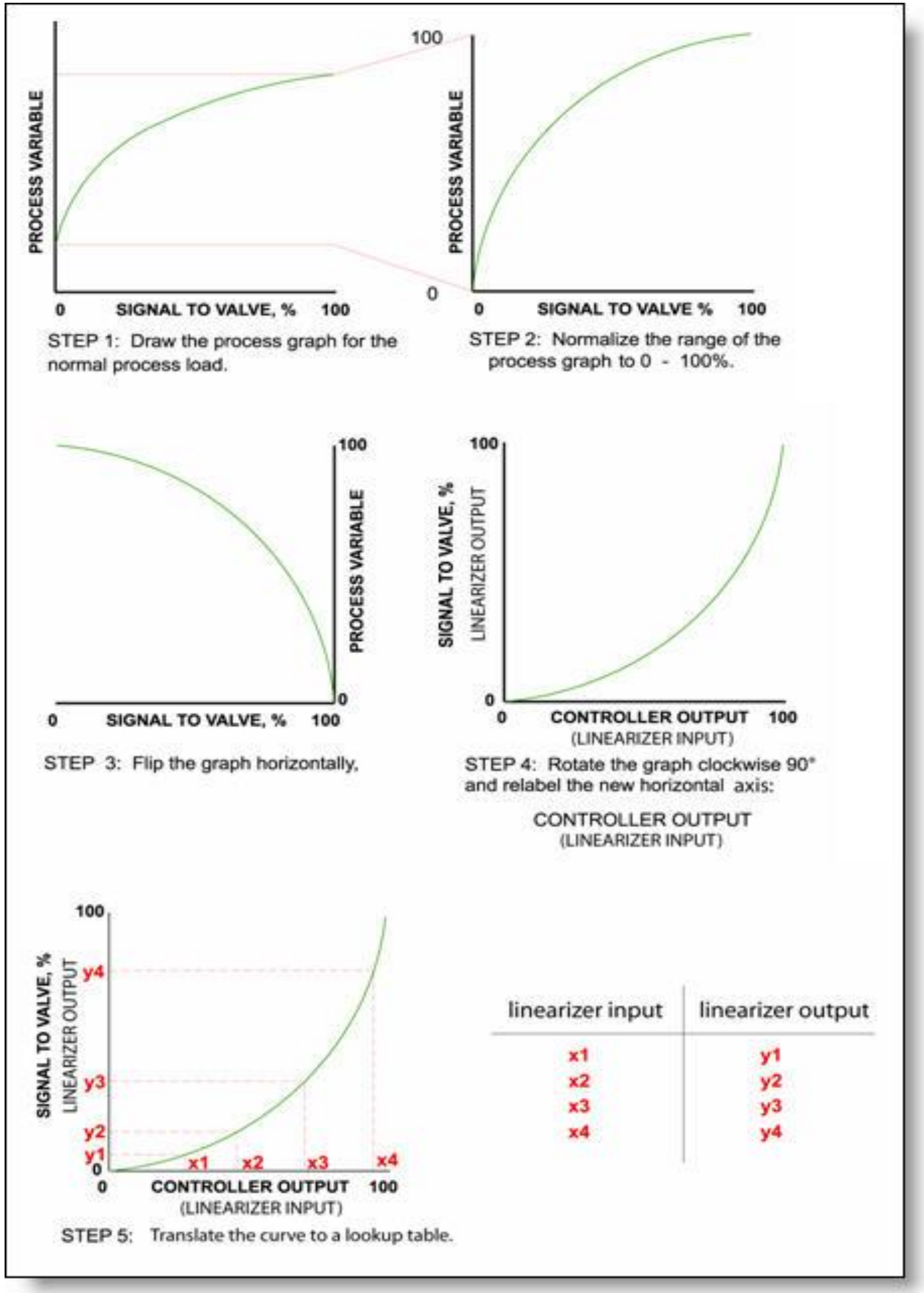


Linearizácia sériovo-paralelným zapojením

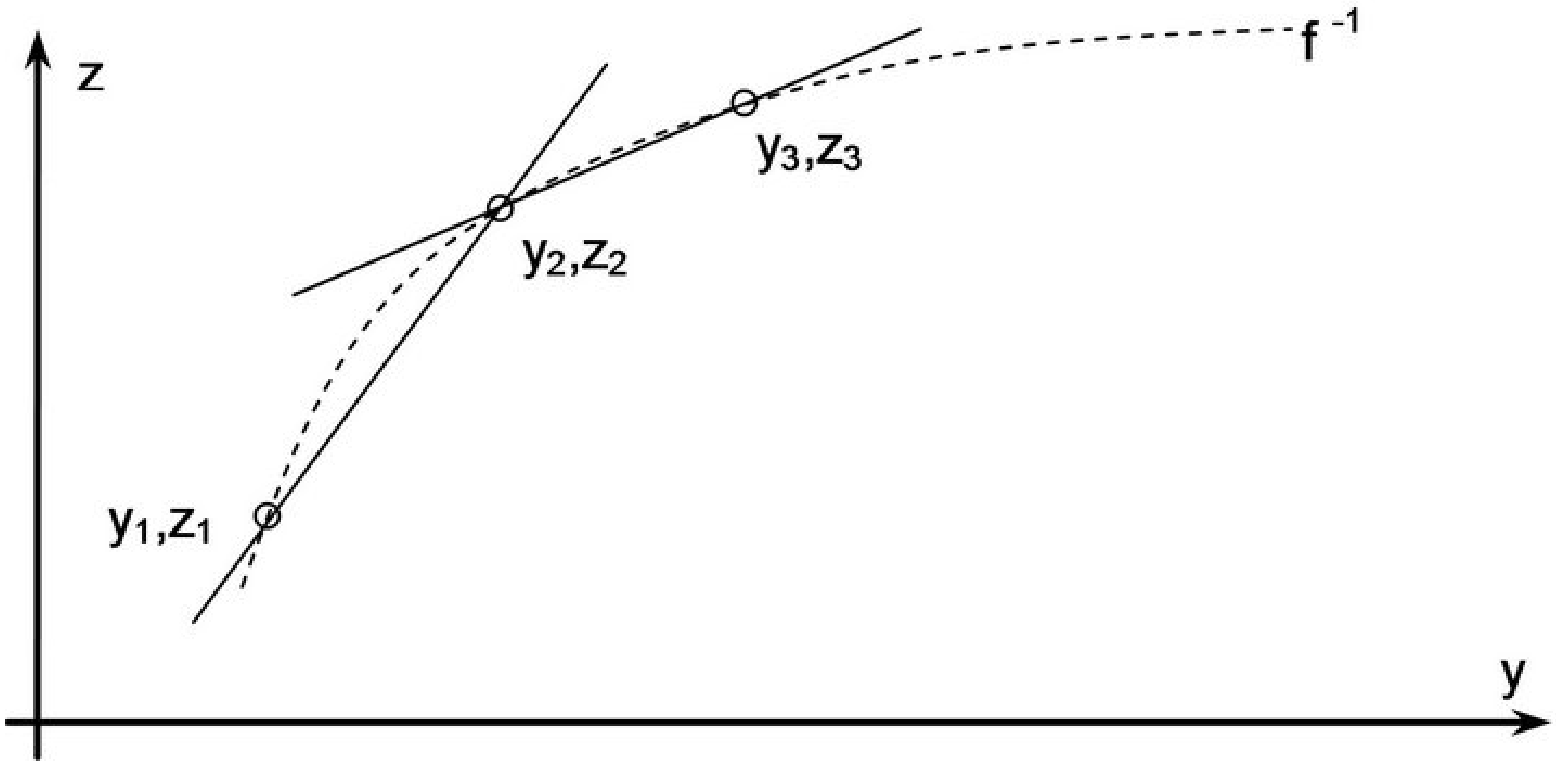


Linearizácia tabuľkou

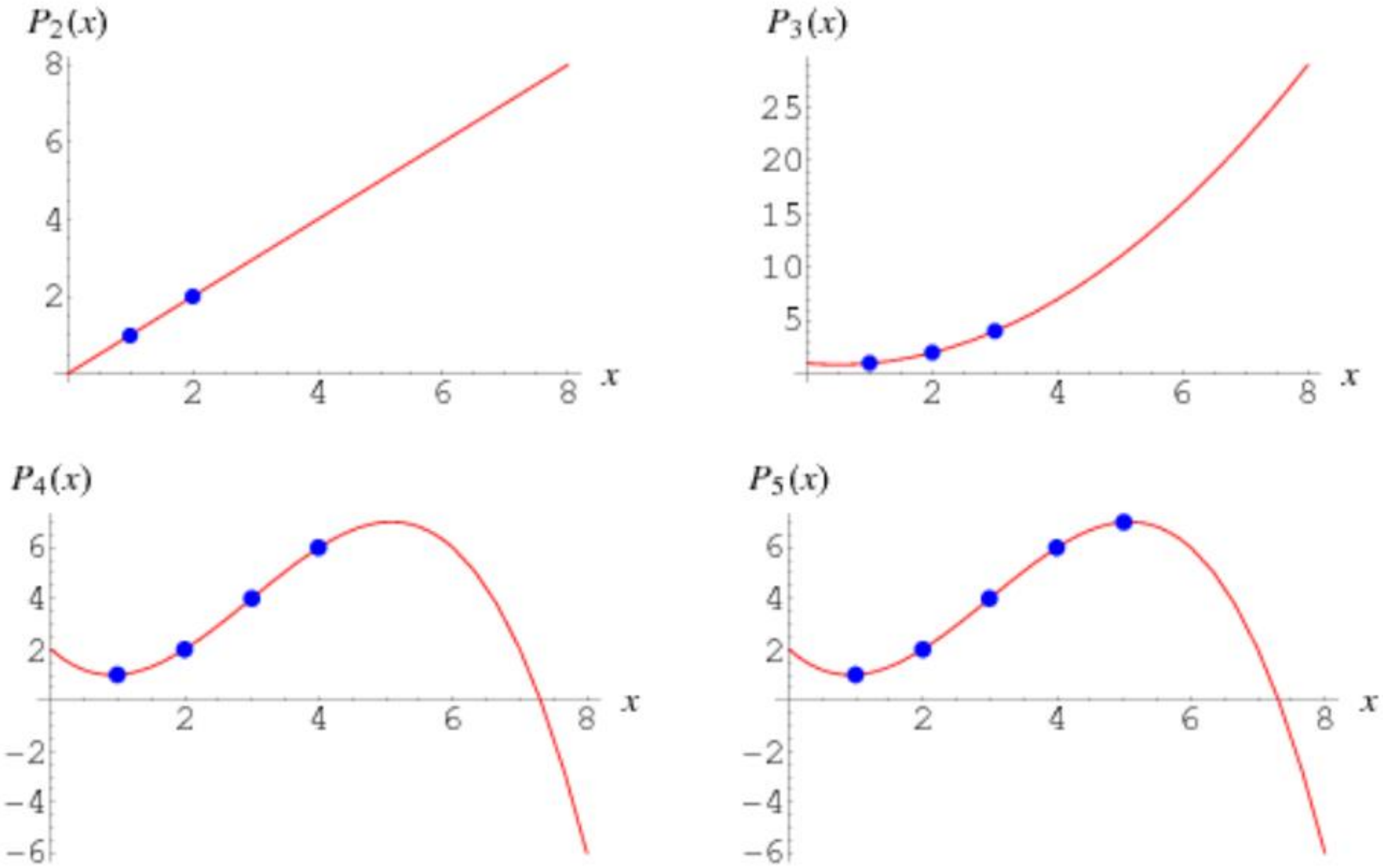
```
#include <avr/pgmspace.h>

const PROGMEM int table[] =
{11,12,15,...};
```



Linearizácia po častiach lin.



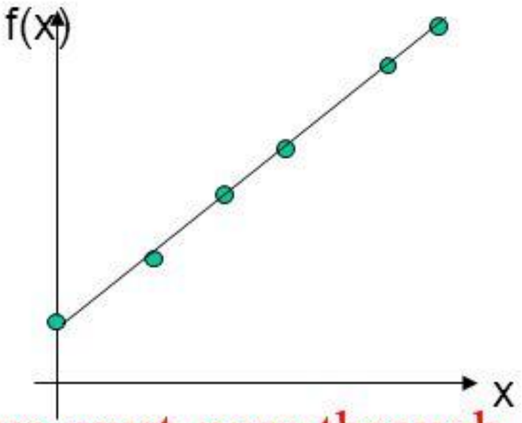

```
if (adcValue > y1) && (adcValue <= y2)
   z = k2 & adcValue + q2;

 return(y)
```



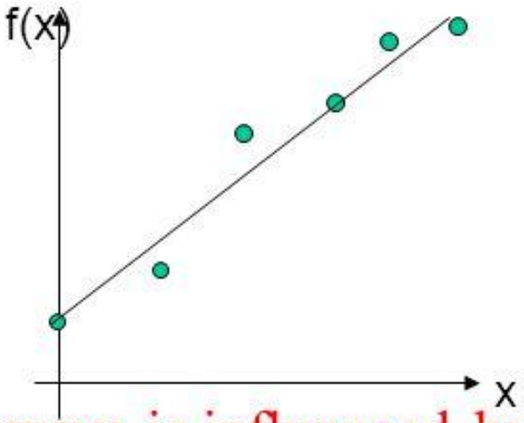
The Lagrange interpolating polynomial is the polynomial $P(x)$ of degree $\leq (n-1)$ that passes through the n points $(x_1, y_1 = f(x_1))$, $(x_2, y_2 = f(x_2))$, ..., $(x_n, y_n = f(x_n))$, and is given by

$$P(x) = \sum_{j=1}^{n} P_j(x),$$

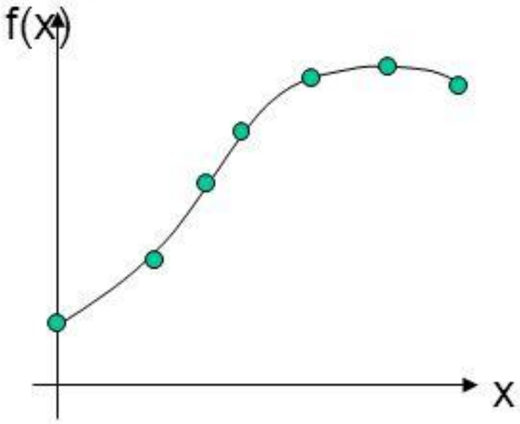
Interpolation vs approximation

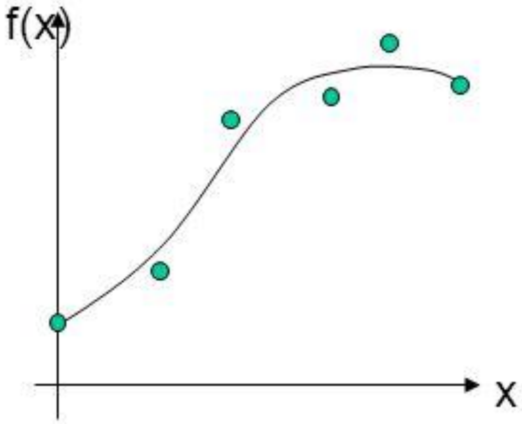


curve must pass through control points



curve is influenced by control points





Functional Approximations

- Aproximáciu možno považovať preloženie krivky experimentálne pozorovaných hodnôt na vypočítané hodnoty aproximačnej funkcie.
- Aproximačná funkcia by mala byť dostatočne jednoduchá, aby sa uľahčil výpočet a inverzia.
- Najjednoduchšia prenosová funkcia je lineárna

$$S = A + Bs$$

- A – zodpovedajúca priamke s priesečníkom A, to znamená výstupný signál pri nulovom vstupnom signáli s=0
- B – sklon, ktorý sa niekedy nazýva citlivosť
- S – výstup, je jednou z charakteristík výstupného elektrického signálu. Môže to byť jeho amplitúda, fáza, frekvencia, modulácia šírky impulzov (PWM) alebo digitálny kód v závislosti od vlastností snímača, úpravy signálu a obvodu rozhrania.

- Predpokladá sa, že prenosová funkcia prechádza, aspoň teoreticky, cez nulovú hodnotu vstupného stimulu.
- V mnohých prípadoch to tak nie je a môže byť žiaduce referovať snímač nie na nulu, ale na nejakú praktickejšiu vstupnú referenčnú hodnotu *s0*. Ak je pre danú vstupnú referenciu známa odozva snímača s0 (napríklad z kalibrácie), môžeme ju napísať vo forme:

$$\mathbf{S = S0 + B(s - s0)}$$

- Málo snímačov je skutočne lineárnych
- Vždy je prítomná aspoň malá nelinearita, najmä pre široký rozsah vstupov stimulov
- V mnohých prípadoch, keď nelinearitu nemôžeme ignorovať, možno prenosovú funkciu aproximovať množstvom lineárnych matematických funkcií

Functional Approximations

- Logaritmická funkcia: $S = A + B \ln s$ $\qquad s = e^{\frac{S-A}{B}}$

- Exponenciálna funkcia*: $S = Ae^{ks}$ $\qquad s = \frac{1}{k} \ln \frac{S}{A}$

- Mocninová funkcia*: $S = A + Bs^k$ $\qquad s = \sqrt[k]{\frac{S-A}{B}}$

zodpovedajúca inverzná funkcia

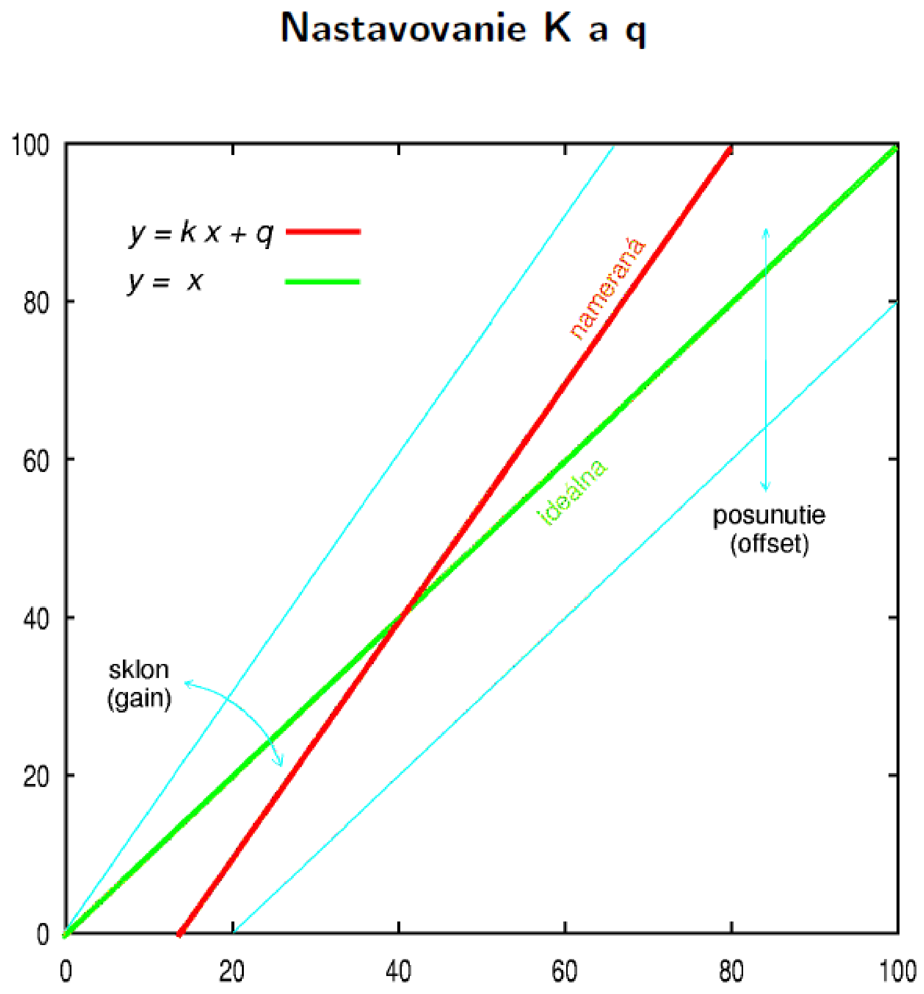
* *kde A, B sú parametre a k je účinok (power factor).*

- Všetky tri vyššie uvedené aproximácie majú malý počet parametrov, ktoré sa musia určiť počas kalibrácie.
- Táto vlastnosť ich robí pomerne pohodlnými, za predpokladu, že skutočne zodpovedajú odozve konkrétneho snímača. Vždy je užitočné mať čo najmenší počet neznámych parametrov, v neposlednom rade aj z dôvodu nižších nákladov na kalibráciu snímača.

Jednoduchosť: **lineárna funkcia** $y = K.x + q$

Ak referenčný bod $[x_0, y_0]$ nie je nula:

$$y = y_0 + K.(x - x_0)$$



Matej Hyčko: c) Polynomial approximation + sensitivity [3.], s. 16-18

Polynomiálna aproximácia a citlivosť

Polynomiálna aproximácia

Aproximácia mnohočlennou rovnicou je vhodná vtedy, ak nelinearitu nevieme popísať presnou matematickou rovnicou.

Presnosť aproximácie vieme zvyšovať zvyšovaním stupňa polynómu.

Niekedy vieme dosiahnuť veľkú presnosť aj s druhým stupňom.

Väčšinou sa aproximuje buď priamo prenosová fcia alebo inverzná prenosová funkcia, nie obe.

Polynomiálna aproximácia

- Polynomiálna aproximácia je ideálna aproximácia pre komplexné funkcie.
- Mocninový rad
- Každá spojitá funkcia môže byť aproximovaná mocninovým radom.

Všeobecný tvar polynómu:

$$p(x) = a_0 + a_1\, x + a_2\, x^2 \ldots + a_n\, x^n \qquad\qquad a_n \neq 0$$

Polynomiálna aproximácia

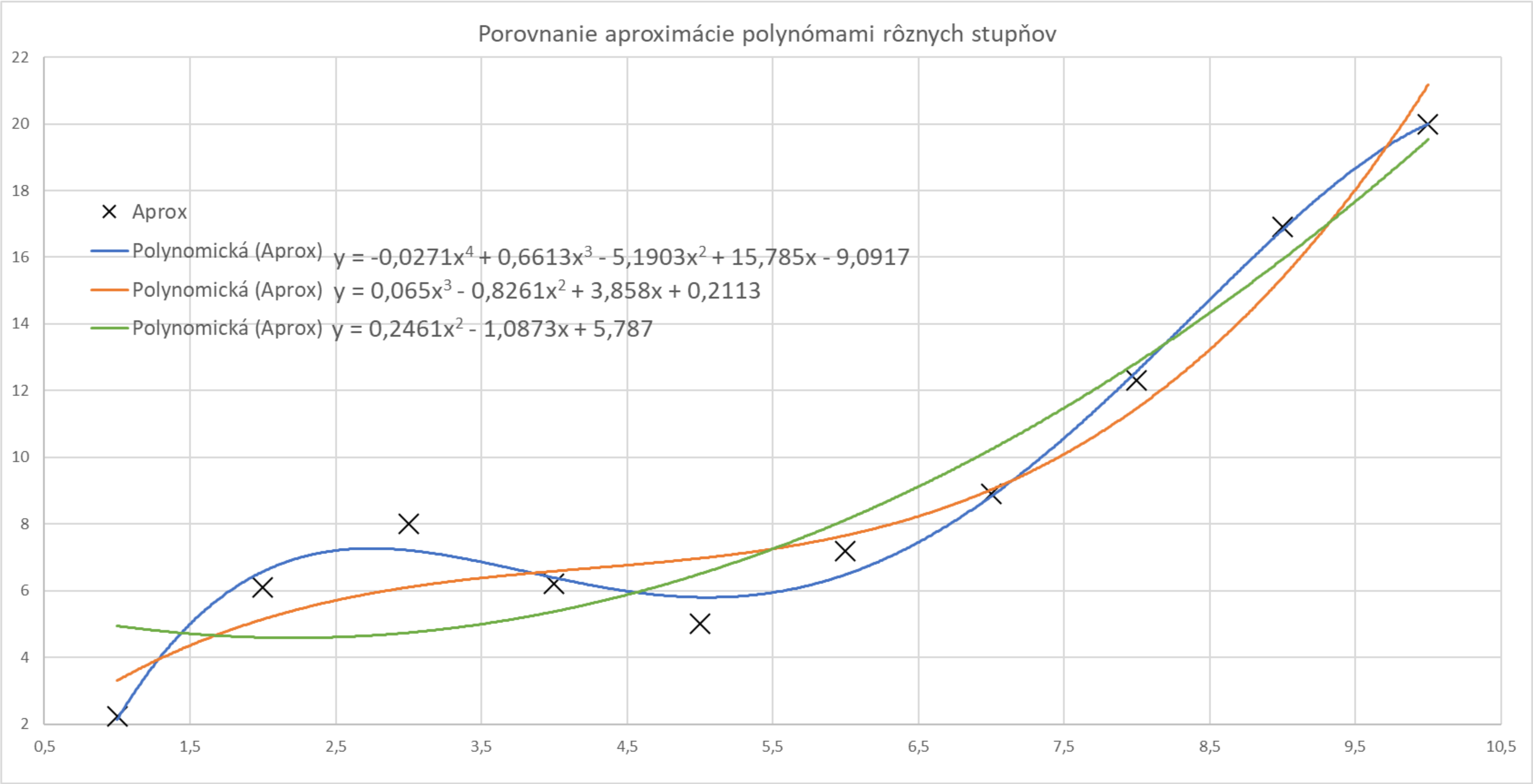
Príklad exponenenciálna funkcia rozložená do polynómu 3 rádu:

$$S = Ae^{x} \approx A(1 + ks + \frac{k^2}{2!}s^2 + \frac{k^3}{3!}s^3) \qquad e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\ , \mathrm{x} \in R$$

Vo viacerých prípadoch je dostačujúce vyšetrovať aproximáciu odpovede snímača pomocou polynómu 2 a 3 rádu, ktoré môžu byť vyjadrené v nasledujúcom tvare:

$$s = a_2 s^2 + b_2\, s\ + c_2$$

$$s = a_3 s^3 + b_3 s^2 + c_3 s\ + d_3$$


Porovnanie aproximácie polynómami rôznych stupňov
Aprox
Polynomická (Aprox) y = -0,0271x4 + 0,6613x3 - 5,1903x2 + 15,785x - 9,0917
Polynomická (Aprox) y = 0,065x3 - 0,8261x2 + 3,858x + 0,2113
Polynomická (Aprox) y = 0,2461x2 - 1,0873x + 5,787
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0,5
1,5
2,5
3,5
4,5
5,5
6,5
7,5
8,5
9,5
10,5

Citlivosť

- V rovnici priamky sa jej sklon určuje koeficientom „k“ (B). Čím je sklon väčší tým viac reaguje na zmeny vstupu. Toto nazývame citlivosť.
- Nelineárna prenosová fcia samozrejme nemá fixný sklon a teda ani citlivosť. V okolí každého bodu je citlivosť iná.
- V prípade nelineárnych prenosových fcí je citlivosť definovaná ako prvá derivácia prenosovej funkcie:
- $b_i(s_i) = \frac{dS(s_i)}{ds} \approx \frac{\Delta S_i}{\Delta s_i}$, kde Δs_i je malý prírastok vstupného signálu(meranej veličiny) a ΔS_i je odpovedajúca zmena výstupu prenosovej funkcie.

Senzitivita (Citlivosť)

Lineárna prenosová funkcia:

$$S = A + Bs$$

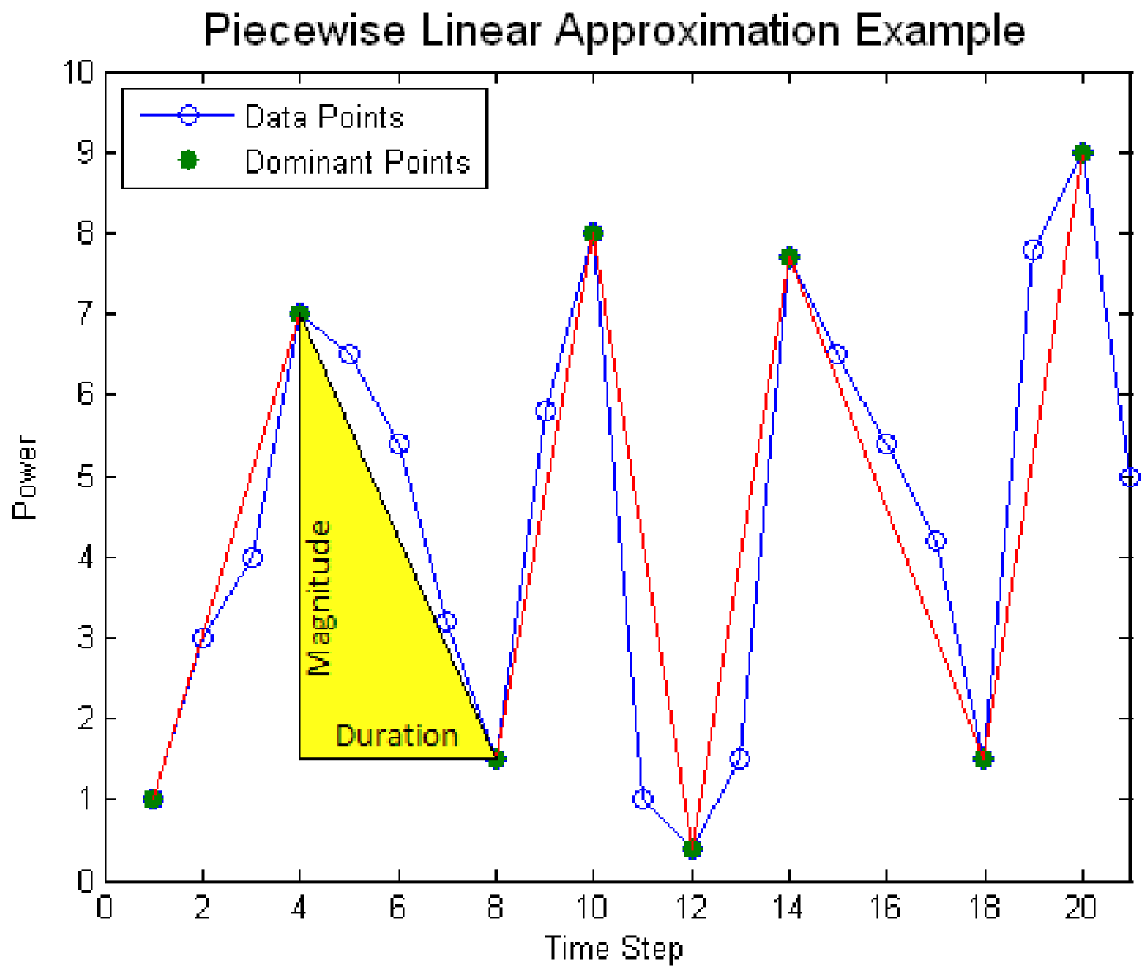
- B – sklon, senzitivita
- A – výstupný signál
- S – charakter výstupného elektrického signálu

Pre nelineárne prenosové funkcie je senzitivita definovaná:

$$b_i(s_i) = \frac{dS(s_i)}{ds} \approx \frac{\Delta S_i}{\Delta s_i}$$

Lineárna aproximácia po častiach

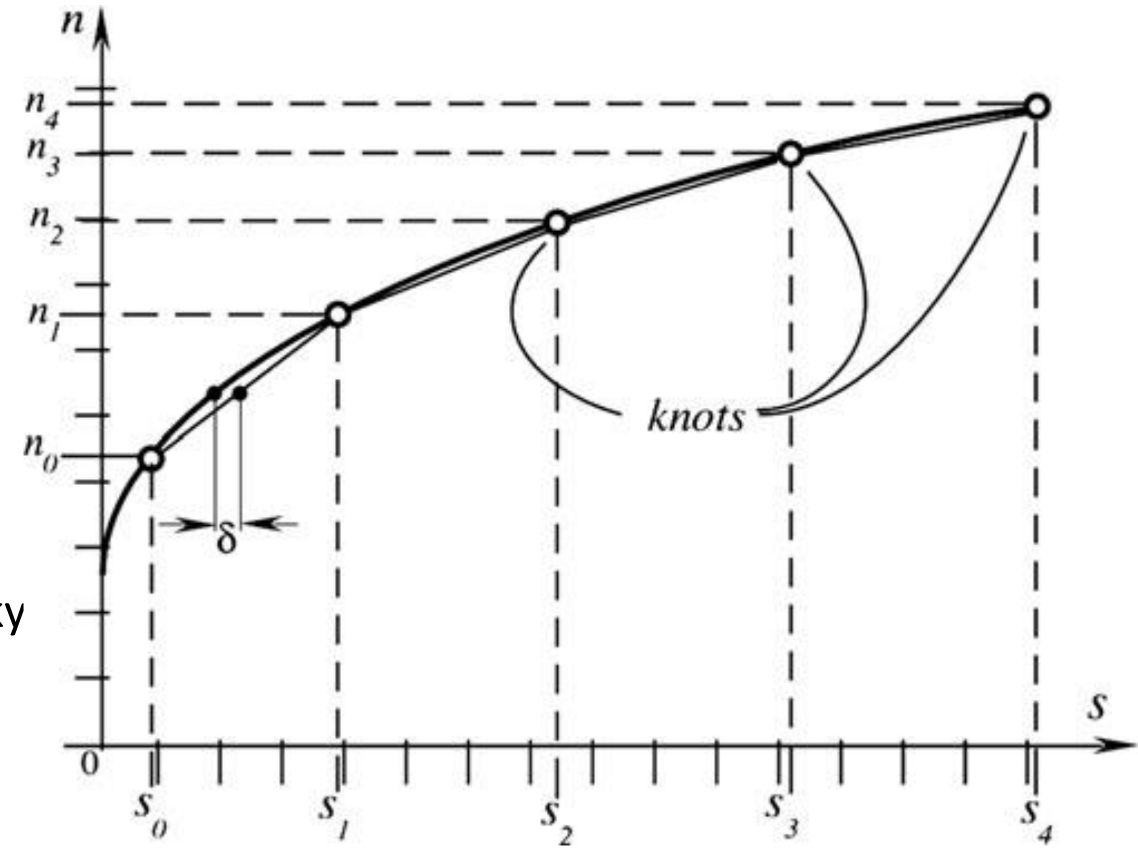
- výkonná metóda
- rozdelenie prenosovej fcie
- Chyba sa počíta rôzne



Štefan Balko: d) Linear PWL approximation [3.], s. 18-19

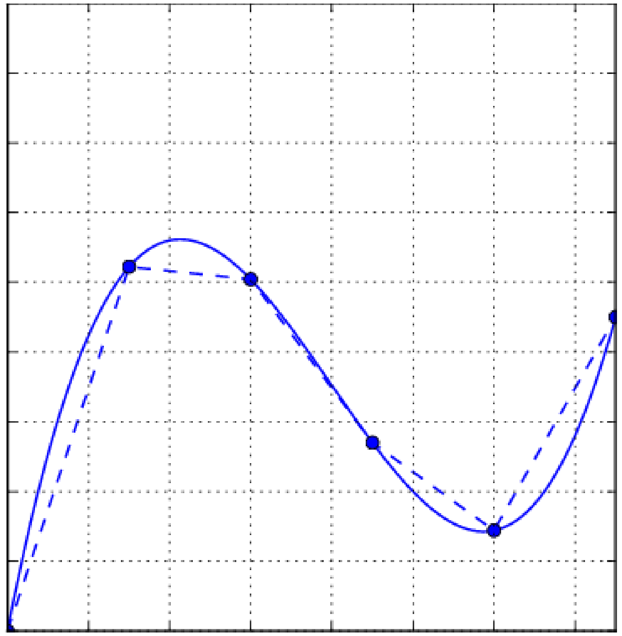
Idea

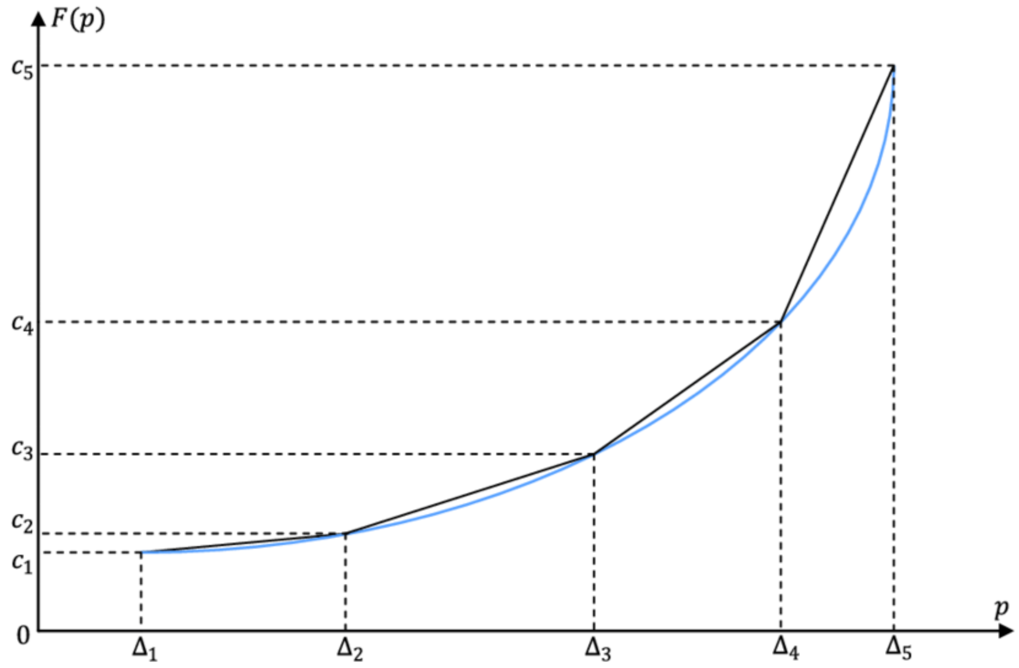
- Rozdelenie nelineárnej prenosovej funkcie na viac sekcií
- O každej sekcii sa považuje za lineárnu
- Zahnuté úseky medzi uzlami sa nahradia úsečkami zjednoduší správanie funkcie v danej sekcii
- Uzly nemusia byť navzájom rovnako vzdialené
- Uzly by mali byť bližšie k sebe v oblasti vzdialenejšie
- Chyba LPW je charakterizovaná ako max. odchýlka δ úsečky
- Čím väčšia δ, tým je potrebný väčší počet sekcií



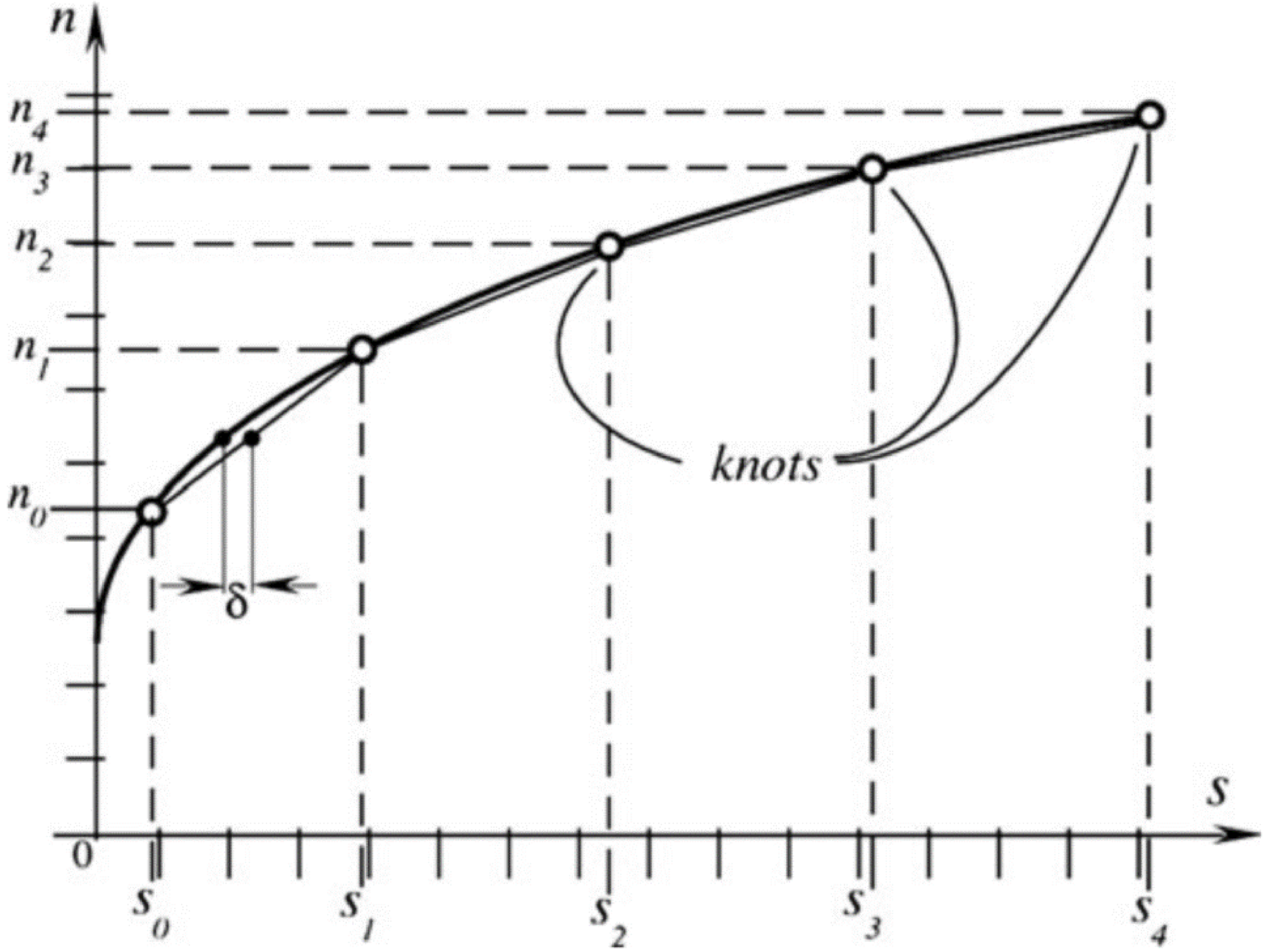
Piecewise Linear (PWL) Approximation

- lineárna aproximácia po častiach
- náhrada nelineárnej funkcie úsekmi lineárnych funkcií
- body ohraničujúce úseky sa nazývajú uzly (knots)
- uzly nemusia byť rovnomerne rozmiestnené, bližšie pri sebe pri „vysokej“ nelinearite, ďalej od seba pri „nízkej“ nelinearite



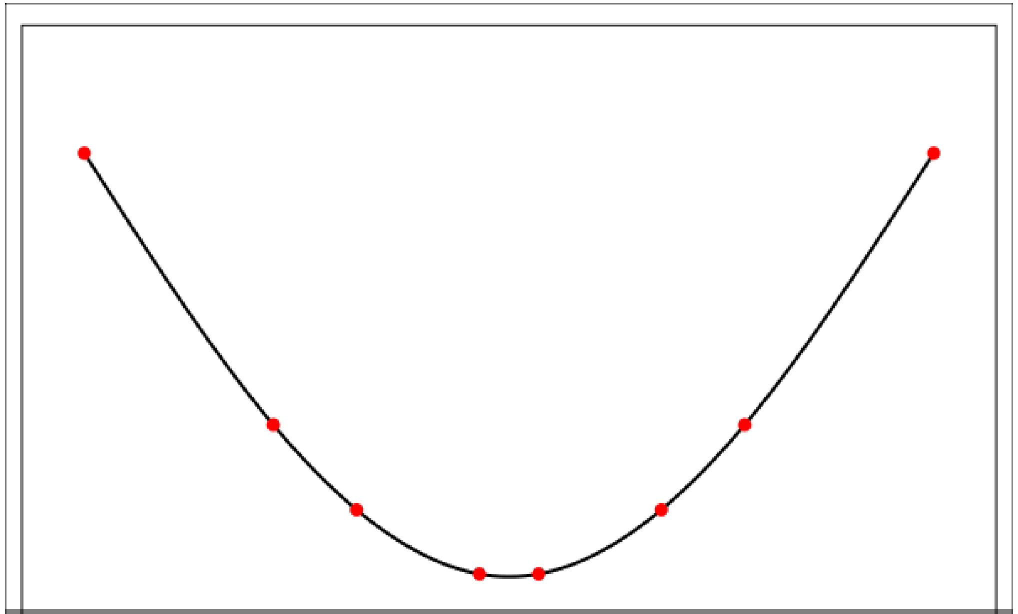


- uzly umiestňujeme len v oblasti záujmu (-úsek(0, s0))
- chyba lineárnej aproximácie po častiach je charakterizovaná maximálnou odchýlkou δ (delta) od pôvodnej krivky
- zvýšenie presnosti aproximácie, zvýšením počtu úsekov



Spline interpolácia

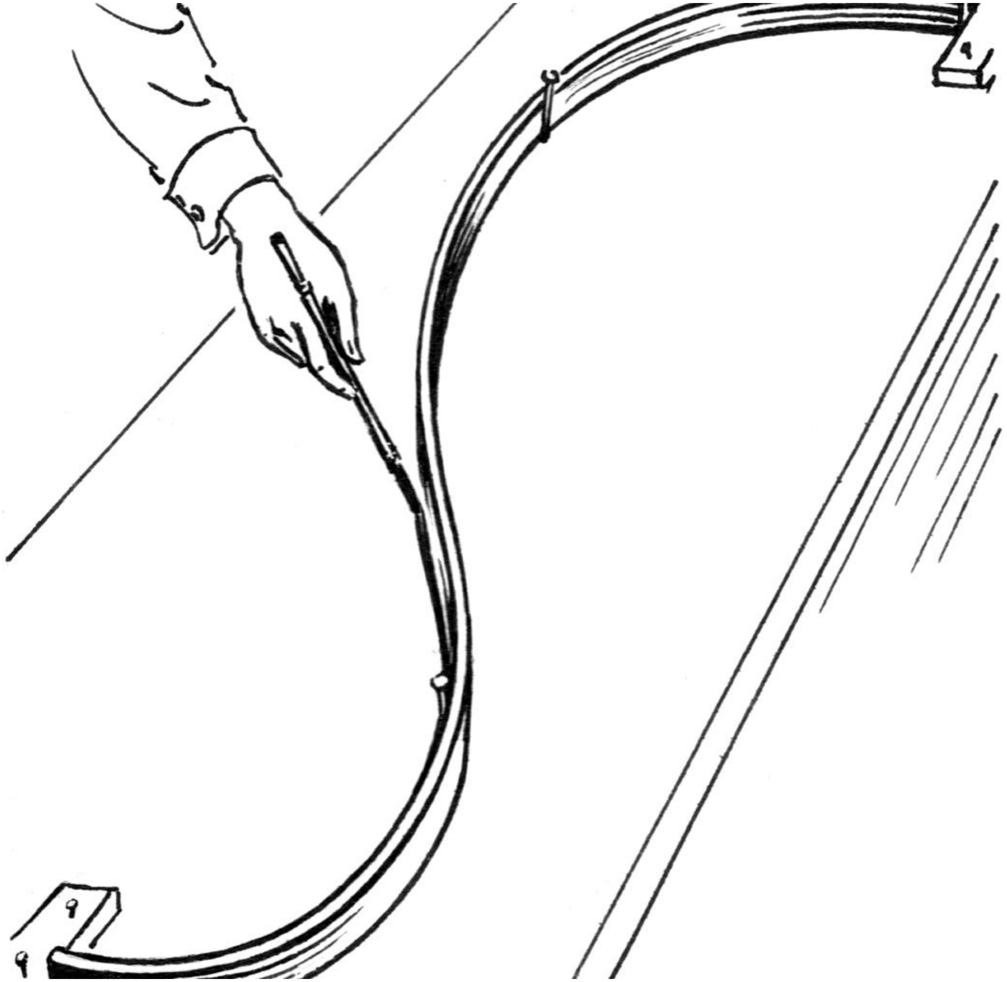
- Termín spline
- Forma interpolácie
- Podobná ako polynomiálna interpolácia
- Efektívna technika interpolácie



Obr. 1 - Kubický spline

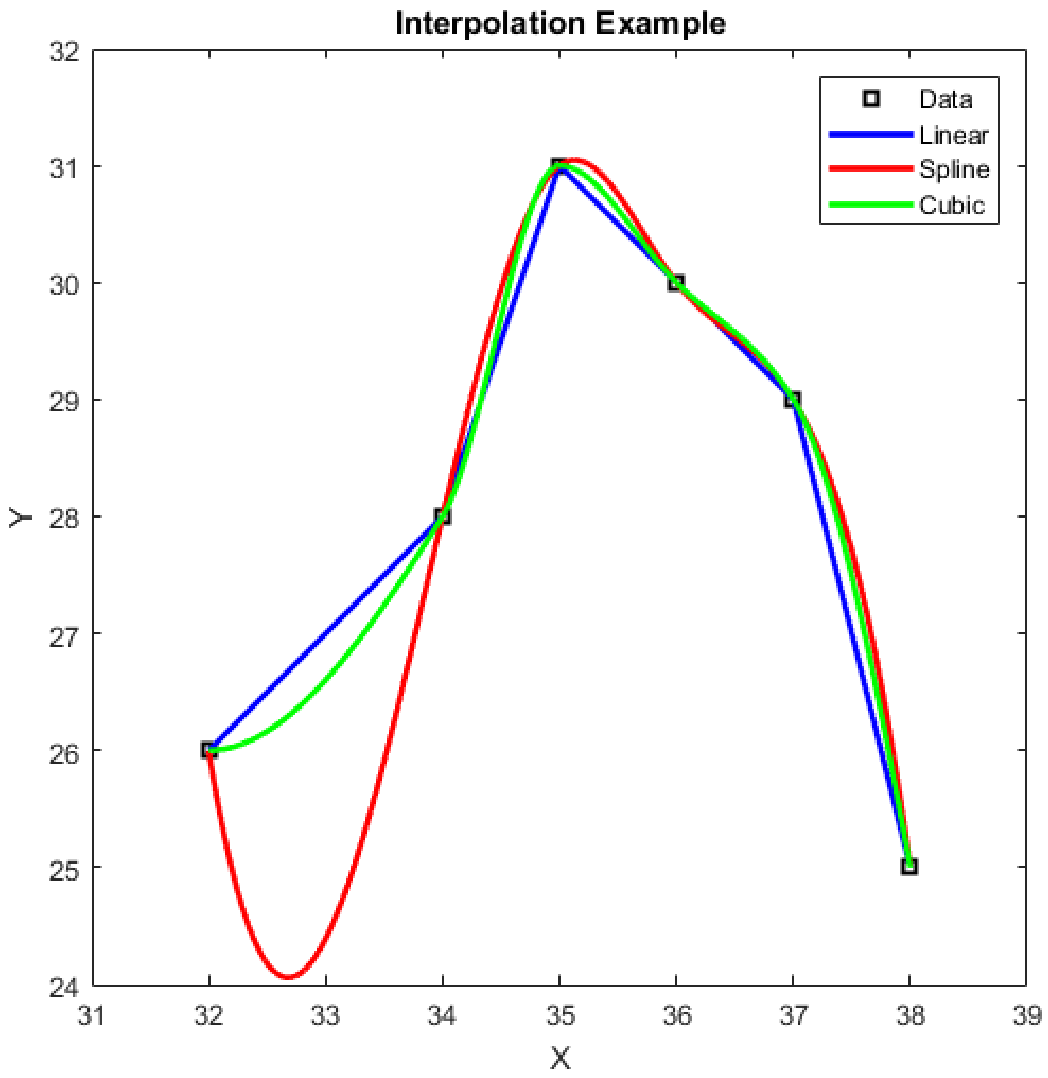
Spline

Spline - pôvodne pravítko (krivítko) na technické kreslenie kriviek medzi bodmi.

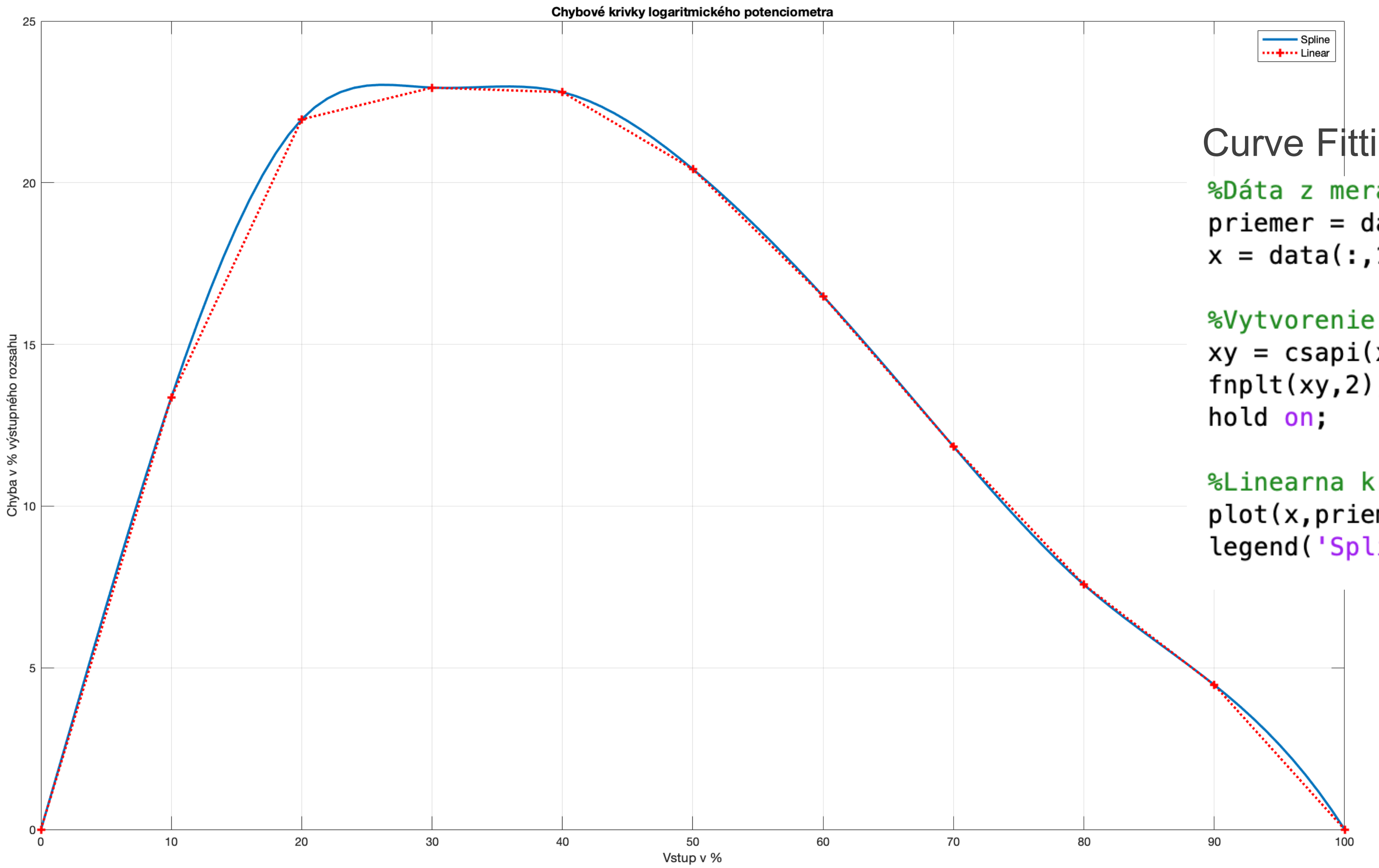


Spline interpolácia

- Metóda aproximácie využívajúca polynóm tretieho stupňa
- Je to krivka medzi dvoma susediacimi uzlami, ktoré spája dokopy
- Technika zachovávajúca hladkosť prenosovej funkcie
- Najjednoduchšia forma je spline - interpolácia prvého stupňa - lineárna
- Najpopulárnejšie sú kubické interpolácie



Spline - Matlab



Curve Fitting Toolbox™

```
%Dáta z merania
priemer = data(:,4);
x = data(:,1);

%Vytvorenie Spline
xy = csapi(x,priemer);
fnplt(xy,2);
hold on;

%Linearna krivka
plot(x,priemer,"r+:","LineWidth",2);
legend('Spline','Linear')
```

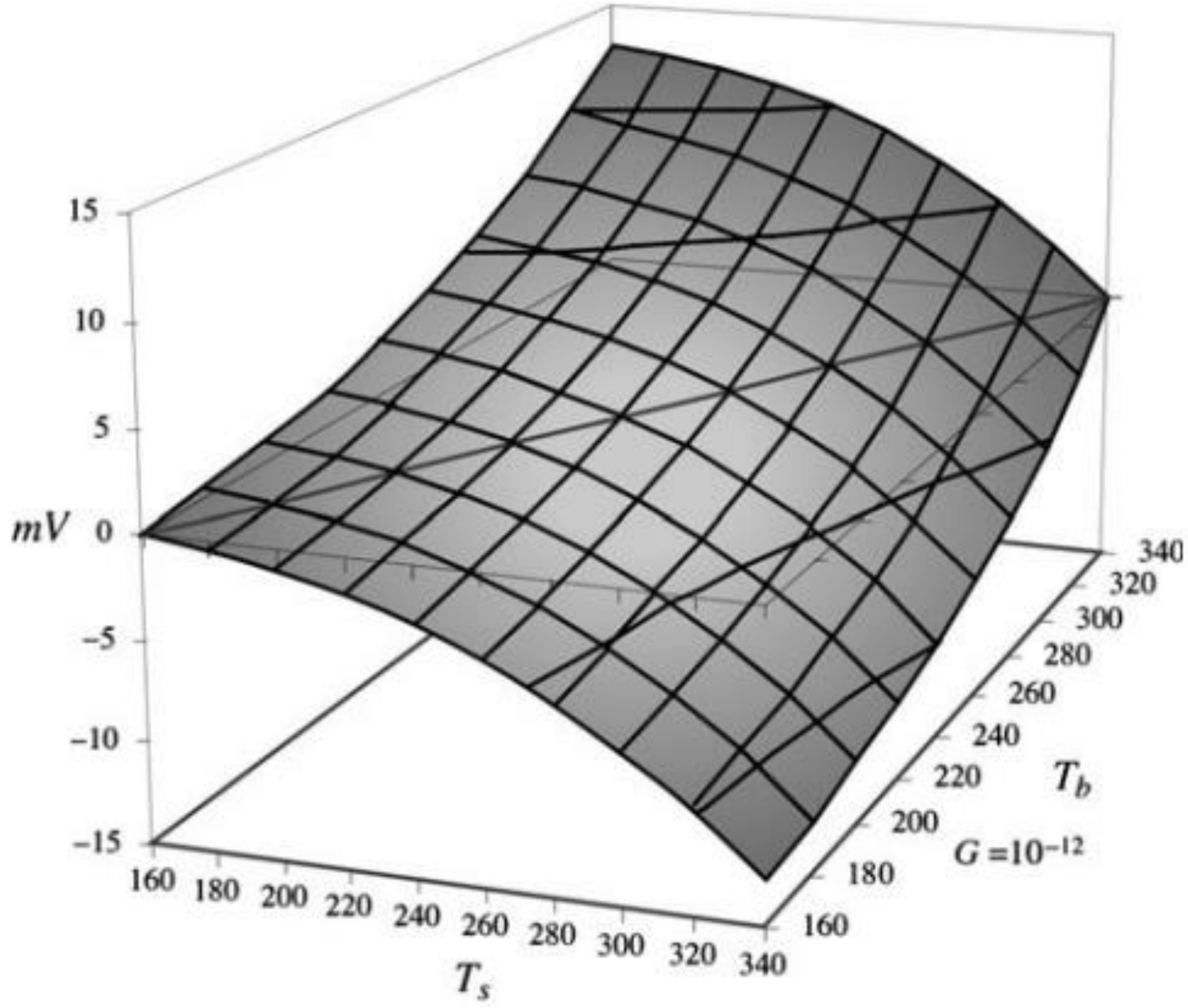
Viacrozmerné prenosové funkcie

Multidimensional Transfer Functions

- Prenosová funkcia
- Príkladom je snímač vlhkosti, dve vstupné premenné – relatívna vlhkosť a teplota
- Ďalším príkladom je prenosová funkcia snímača tepelného žiarenia, dve vstupné premenné - absolútna teplota meraného objektu a absolútna teplota povrchu snímača

$$V = G(T_b^4 - T_s^4)$$

Dvojrozmerná prenosová funkcia snímača tepelného žiarenia



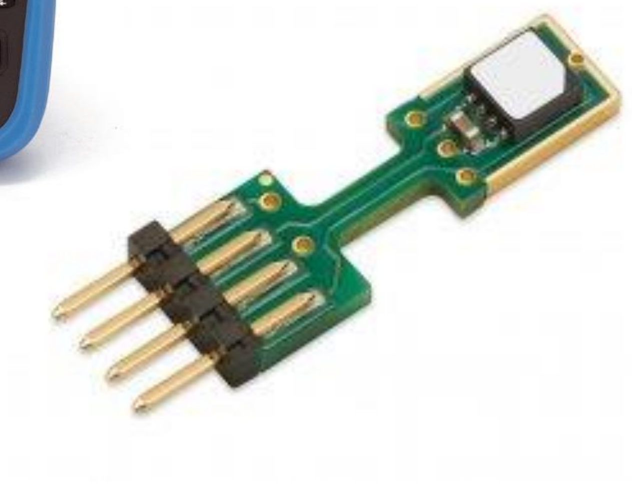
Kalibrácia

Čo je to kalibrácia

- činnosť, ktorá za presne daných podmienok určuje vzťah medzi hodnotami meraného prístroja a skutočnou hodnotou

- Kalibrátor

- pomocou meraní a výpočtov



Kalibrácia

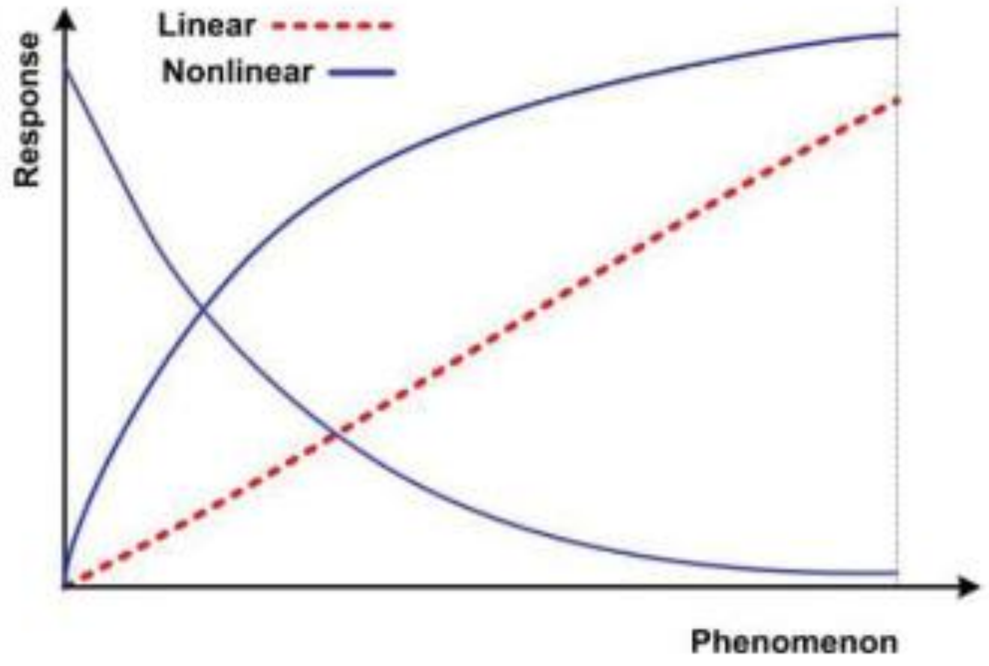
- Matematický model prenosovej funkcie senzora

- Lineárna: $\boldsymbol{S = a + b * s}$

- Nelineárna:

  logaritmická: $\boldsymbol{S = a + b * lns}$

  exponenciálna: $\boldsymbol{S = a * e^{ks}}$



Kalibrácia

- Lineárna prenosová funkcia
- Najmenej dvoj bodová kalibrácia
- Pre konštanty ***a*** a ***b*** potrebujeme dve hodnoty teploty pre ktoré zodpovedajú dve výstupné napätia

- Rovnica pri lineárnej funkcií:
  - $v = a + b * t$
- Rovnice pre výpočet konštánt:
  - $b = \frac{v1 - v2}{t1 - t2}$
  - $a = v1 - b * t1$
- Rovnica pre výpočet teploty:
  - $t = \frac{v - a}{b}$

Situácia

- Potreba merať veličinu s istotou 0.1%
- Dostupné senzory sú s istotou 1% a viac

- Je možné tieto senzory použiť po kalibrácii v pracovných bodoch

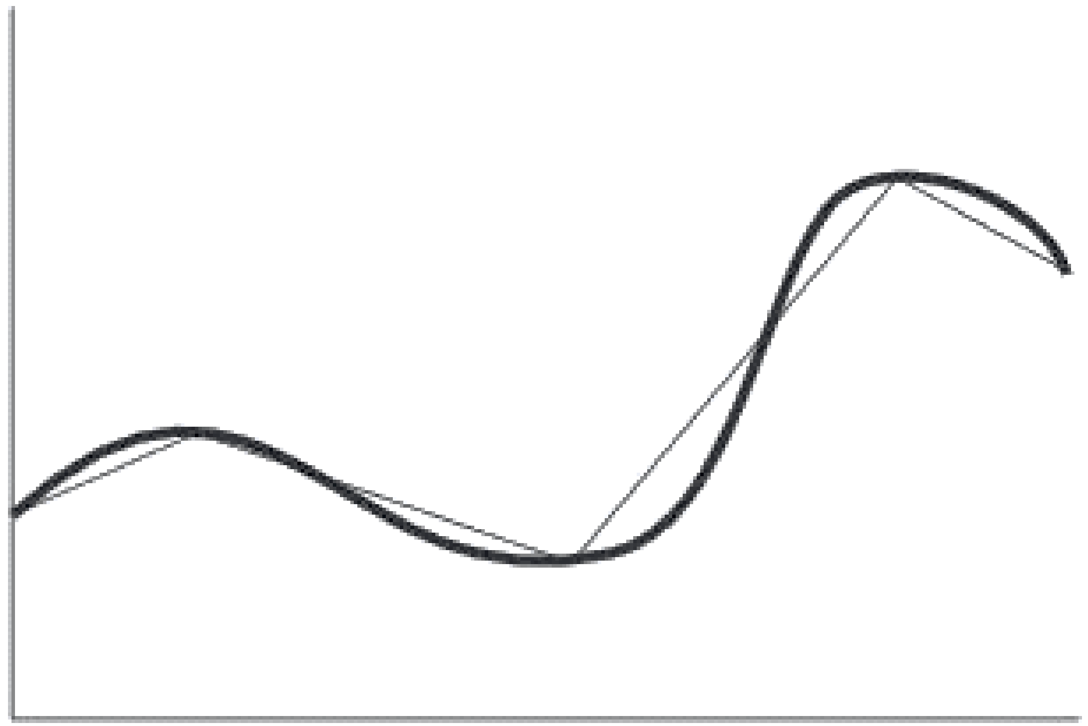
- Cieľ kalibrácie – nájsť inverznú prenosovú funkciu a linearizovať charakteristiku senzora

Kalibrácia

- Nelineárne funkcie viac ako dvoj bodová kalibrácia

- Požadovaná presnosť=počet kalibračných bodov

- Aproximácia po častiach



Možnosti kalibrácie

- Nájsť prenosovú funkciu senzora, prípadne aproximovať na žiadané kalibračné body
- Úprava získaných dát tak, aby vyhovovali idealizovanej prenosovej funkcii
- Úprava vlastností senzora
- Vytvorenie referenčného zariadenia

Kalibrácia

- **Teplotný senzor**: kúpeľ s regulovateľnou teplotou
- **Infračervený snímač**: dutina čierneho telesa
- Presnosť senzora je priamo spojená s presnosťou kalibrátora

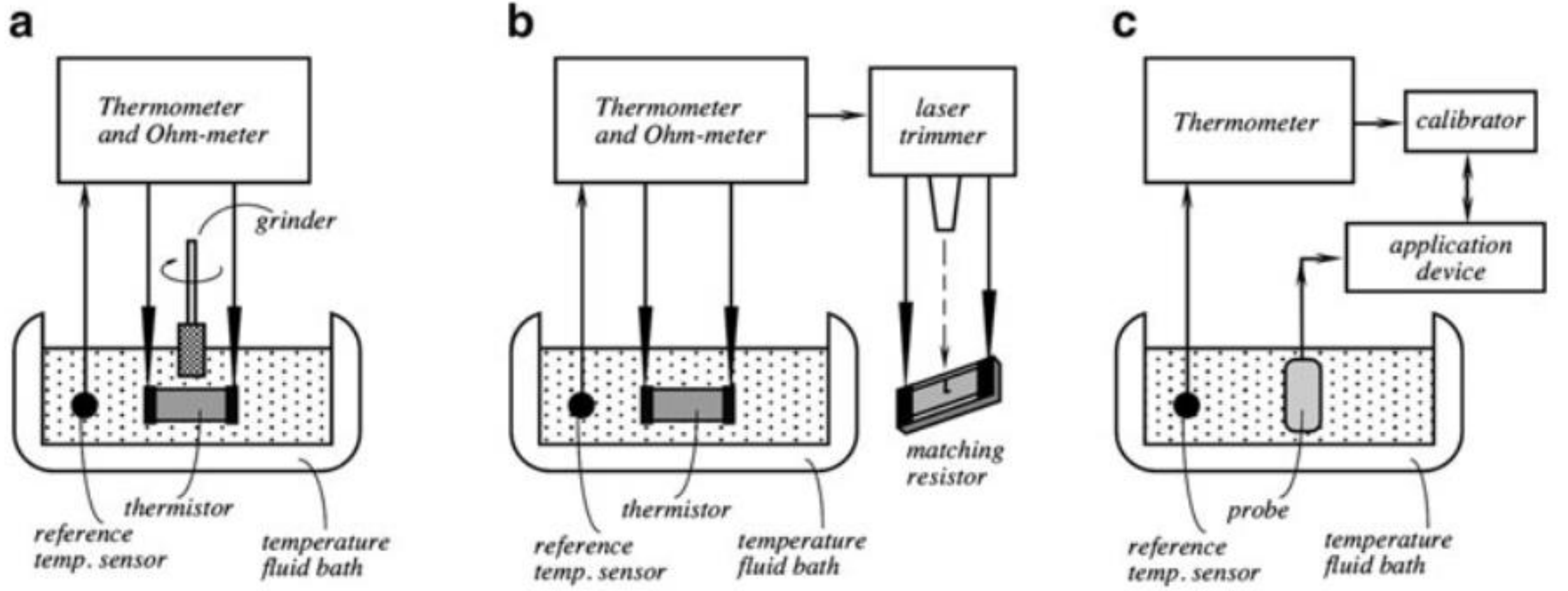


Fig. 2.4 Calibrations of a thermistor: grinding (**a**), trimming of a reference resistor (**b**), calculating the transfer function (**c**)

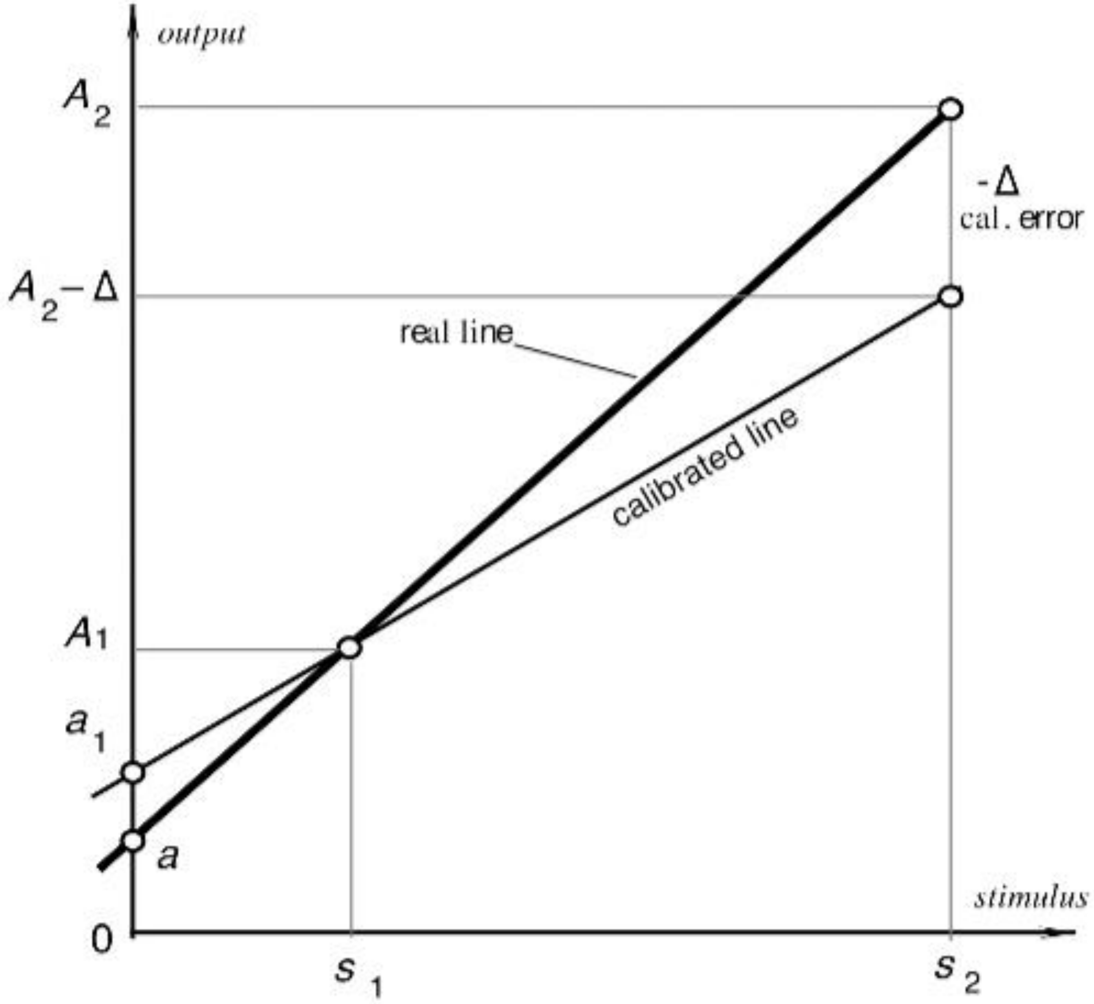
Problémy s kalibráciou

- Kalibrácia je časovo náročná, najmä ak je potrebné kalibrovať na niekoľko pracovných bodov
- Každý senzor môže mať rôzne charakteristiky, preto je potrebné kalibrovať každý senzor
- Pre kalibráciu je potrebné mať veľmi presnú referenciu

Chyba kalibrácie

- Vytvorená výrobcom
- Nemusí byť rovnomerná v celom okolí
- Podnety: ***s1*** a ***s2***
- Reakcie: ***A1*** a ***A2***

- $\delta a = a1 - a = \frac{\Delta}{s2 - s1}$
- $\delta b = -\frac{\Delta}{s2 - s1}$



Príklady a výpočty

Výpočty parametrov prenosovej funkcie

Danijela Pavlovič

28.02.2022

Aproximácia

- ➢Je znázornenie/akceptovanie hodnôt ktoré nie sú úplne presné ale sú natoľko blízko ku skutočným hodnotám že môžu byť použité pri výpočte
- ➢Využíva sa vtedy keď chýbajúce informácie znemožňujú získanie presného výsledku, sú akceptované aj hodnoty s jemnou odchýlkou
- ➢Poskytuje pomerne presné riešenie a znižuje zložitosť daného problému

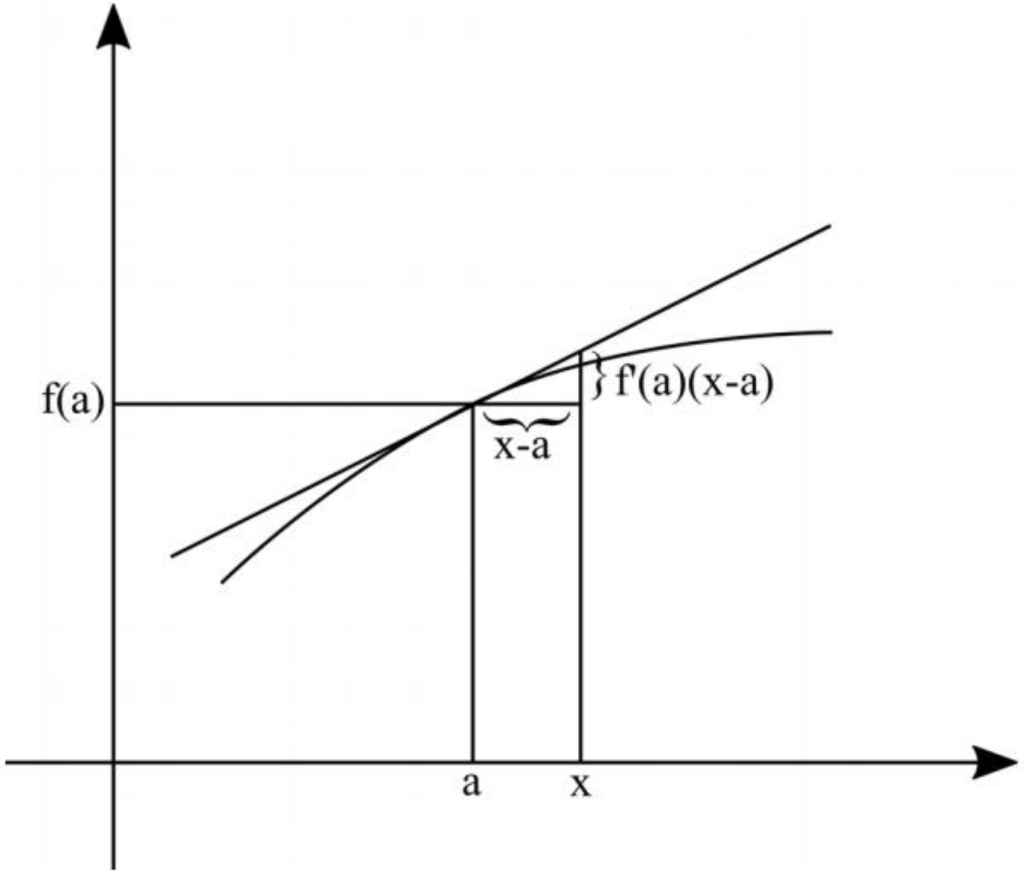
Lineárna aproximácia

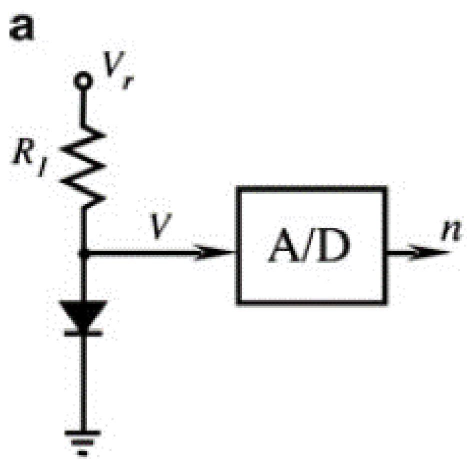
Poznáme hodnotu funkcia f(x) a jej deriváciu v bode a.

Túto funkciu chceme nahradiť dotyčnicou ktorá má smernicu f’(a).

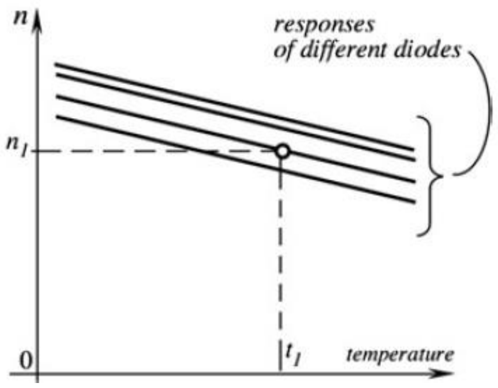
Na jednotku dĺžky v smere osi   x   stúpne priamka o f ,(a)

Keď sa teda posunieme o dĺžku   x−a , priamka stúpne o f '(a)(x−a).
Hodnota hľadanej lineárnej funkcie v bode x bude te da y=f (a)+f '(a)(x−a) .





Obrázok 1. Snímač teploty p-n prechodu



Obrázok 2. Kalibrácia

Výpočet lineárnej prenosovej funkcie

- Na výpočet koeficientov lineárnej prenosovej funkcie sú potrebné dva kalibračné vstupno-výstupné páry

- ak sa používa polovodičový p–n prechod s priamym sklonom ako teplotný sensor, jeho prenosová funkcia je lineárna (teplota je vstup a A/D n je výstup):

$$\boxed{\mathrm{n} = n_1 + B(t - t_1)}$$

- Snímač sa podrobí dvom kalibračným teplotám (t_1 a t_2) a zaregistrujú sa dva zodpovedajúce výstupné impulzy (n_1 a n_2).

$$\boldsymbol{n_2 = n_1 + B(t_2 - t_1)}$$

- Vypočet sklonu: $\mathbf{B} = \frac{\boldsymbol{n_2 - n_1}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}}$, kde sa stane *lineárnou prenosovou funkciou so známymi parametrami: B,* n_1 *a* t_1 (jedinečné pre konkrétny snímač a musia byť uložené v meracom systéme)

- Výpočet teploty (inverzný prenos): $\mathrm{t} = \boldsymbol{t_1} + \frac{\boldsymbol{(n - n_1)}}{\boldsymbol{B}}$

Výpočet nelineárnej prenosovej funkcie

- často sú potrebné dva a viac vstupno-výstupné páry (pre prenosovú funkciu polynómu 2. alebo 3. stupňa, sú potrebné 3 a 4 kalibračné páry).
- Polynóm 3. rádu: $S = as^3 + bs^2 + cs + d$
    - na nájdenie štyroch parametrov a, b, c a d sú potrebné 4 kalibračné vstupno-výstupné páry: s_1 a S_1, s_2 a S_2, s_3 a S_3, s_4 a S_4.

$$
\begin{aligned}
S_1 &= a{s_1}^3 + b{s_1}^2 + cs_1 + d \\
S_2 &= a{s_2}^3 + b{s_2}^2 + cs_2 + d \\
S_3 &= a{s_3}^3 + b{s_3}^2 + cs_3 + d \\
S_4 &= a{s_4}^3 + b{s_4}^2 + cs_4 + d
\end{aligned}
$$

- Na vyriešenie tohto systému pre parametre sa najprv vypočítajú determinanty systémov:

$$
\begin{aligned}
\Delta = &\left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_4^2}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_3^3}{s_1 - s_3}\right) \\
&- \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_3^2}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_4^3}{s_1 - s_4}\right) \\
\Delta_a = &\left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_4^2}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_3}{s_1 - s_3}\right) \\
&- \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_3^2}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_4}{s_1 - s_4}\right) \\
\Delta_b = &\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_3^3}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_4}{s_1 - s_4}\right) \\
&- \left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_4^3}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_3}{s_1 - s_3}\right)
\end{aligned}
$$

z ktorých sa vypočítajú polynomické koeficienty nasledujúcim spôsobom

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{\Delta_a}{\Delta}; \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}; \\
c &= \frac{1}{s_1 - s_4}\left[S_1 - S_4 - a\left(s_1^3 - s_4^3\right) - b\left(s_1^2 - s_4^2\right)\right]; \\
d &= S_1 - as_1^3 - bs_1^2 - cs_1
\end{aligned}
$$

* Ak je determinant systému Δ malý, dôjde k nepresnosti.

- Keďže kalibrácia môže byť pomalý proces (najmä ak ide o veľkú zotrvačnosť alebo teplotu), na zníženie výrobných nákladov je dôležité minimalizovať počet kalibračných bodov. Preto by sa mala zvoliť “najekonomickejšia” prenosová funkcia alebo aproximácia. *Ekonomický* znamená mať najmenší počet neznámych parametrov.
- Napr., ak je možné dosiahnuť prijateľnú presnosť polynómom 2. rádu, 3. rád by sa nemal používať.

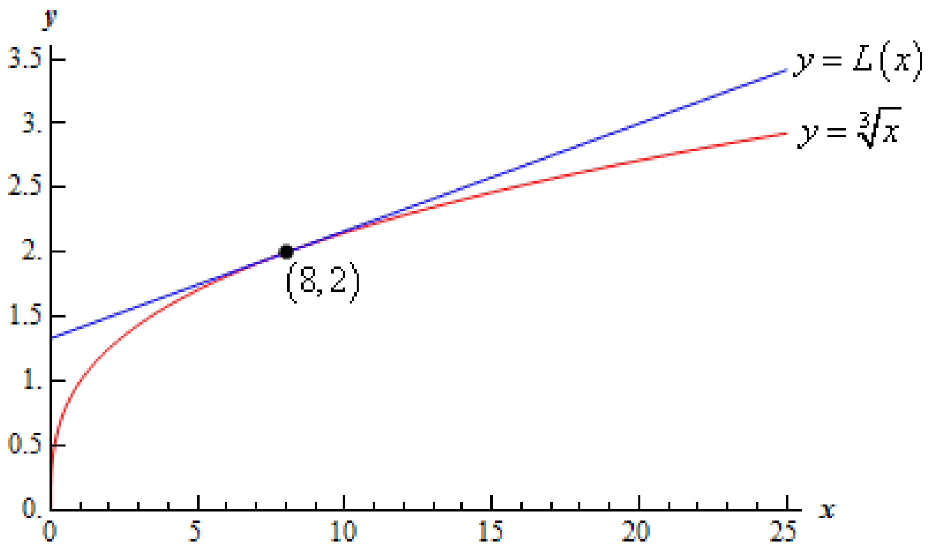
Príklad

- Treba určiť lin. aprox pre funkciu: f (x) = $\sqrt[3]{X}$ pre x = 8.
- f'(x) = $\frac{1}{3} * x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3 * \sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3 * \sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{12}$
- f(x) = f(8) = $\sqrt[3]{8}$ = 2

Lin. aprox: $y = f(a) + f'(a)(x - a) = 2 + \frac{1}{12} * (8.05 - 8) =$

y(8.05) = 2.00416667

- Priamy výpočet : $\sqrt[3]{8.05} = 2.00415802$



Lineárna regresia

Lineárna regresia

- Meranie bez vysokej presnosti počas kalibrácie – výskyt veľkého počtu chýb pri minimálnom počte meraní
- Dvoj-bodová kalibrácia vedie k neprijateľne vysokej neistote
- Pre náhodné chyby môže byť použitá metóda najmenších štvorcov
- Pre túto metódu sú v rôznych skriptách učebniciach uvedené konečné výrazy pre neznáme parametre lineárnej regresie.

Lineárna regresia

- Čitateľ je odkázaný na akúkoľvek štatistickú chybu v analýze.
- Je teda potrebné merať (k) niekoľko výstupných hodnôt S na vstupných hodnotách s na širokom rozsahu najlepšie na celom
- Používajú sa nasledovné vzorce pre lineárnu regresiu

$$A = \frac{\Sigma S \Sigma s^2 - \Sigma s \Sigma s S}{k \Sigma s^2 - (\Sigma s)^2}, \quad B = \frac{k \Sigma s S - \Sigma s \Sigma S}{k \Sigma s^2 - (\Sigma s)^2},$$

- Kde ∑ je súčet všetkých k párov

Po častiach lineárna aproximácia

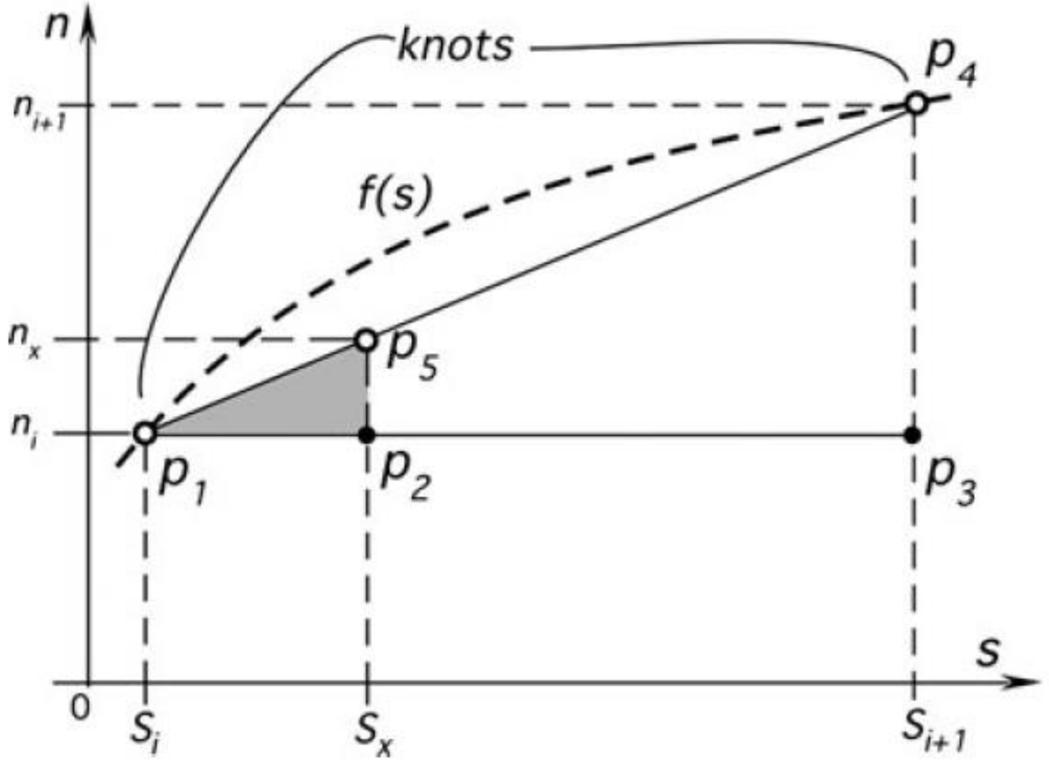
Piece Wise Linear (PWL) approximation

Aproximácie vo všeobecnosti

- Umožňujú nám napodobniť neznámu funkciu – na základe známych vstupov a výstup odhadnúť neznáme vstupy a výstupy
- Lineárna regresia
- Logistická regresia
- Polynómická regresia
- PWL regresia
- A mnoho ďalších...

Výpočet pwl aproximácie

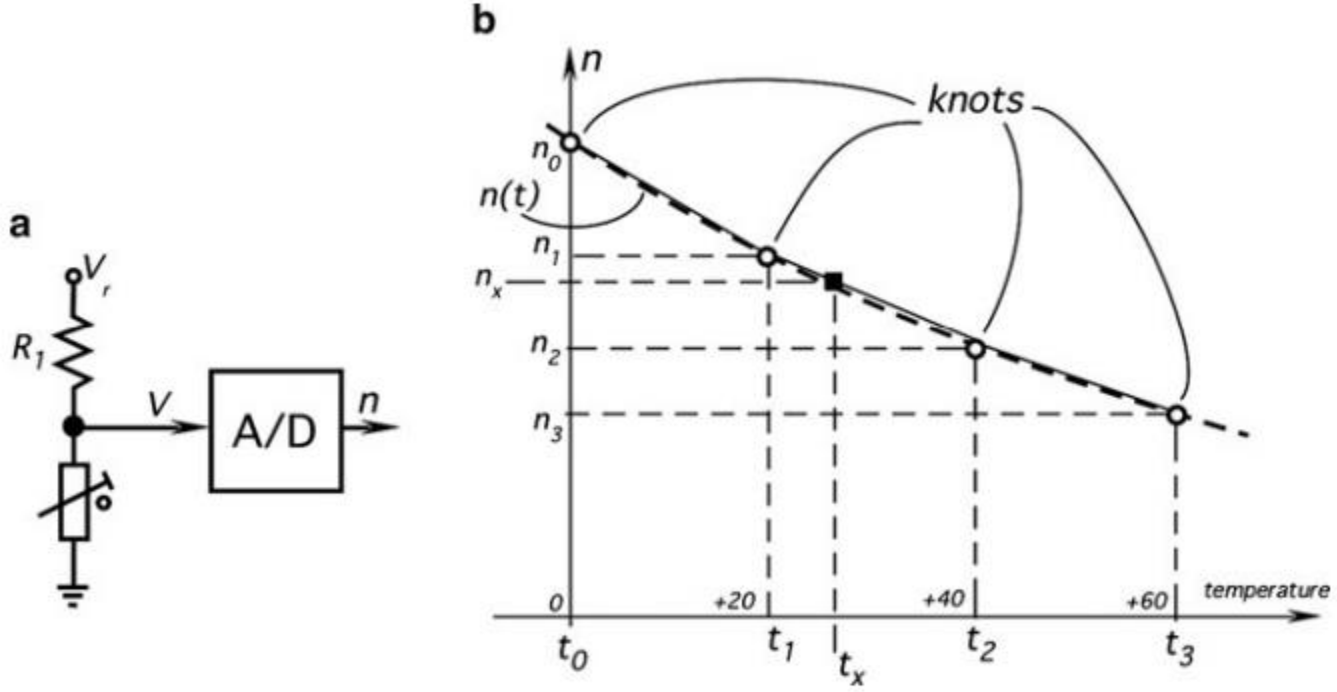
- Pri tomto výpočte najskôr určíme rozsah výstupného signálu, koncových bodov



$$s_x = s_i + \frac{n_x - n_i}{n_{i+1} - n_i}(s_{i+1} - s_i)$$

Výpočet pwl aproximácie

- Porovnanie plne funkčného modelu prevodovej funkcie s PWL aproximáciou



$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}, \tag{2.21}$$

$$T_x = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{n_x}{N_0 - n_x} \frac{R_1}{R_0} \right) \right)^{-1} \tag{2.22}$$

Výpočet pwl aproximácie

Table 2.2 Look-up table of knots for computation of temperature

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60

$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}, \qquad (2.21)$$

- Kalibrácia senzoru; sensor plne charakterizovaný
- Predpokladajme, že použitý pull-up rezistor má 10,00 k Ω
- Vybrané teploty, resp. vnútorné body charakteristiky sú 20°C a 40°C
- Konštanty R_0 a β sú vypočítané pomocou vzťahu 2.21

$$R_0 = 8.350\ \mathrm{k}\Omega \text{ and } \beta = 3{,}895\ \mathrm{K}.$$

Výpočet pwl aproximácie

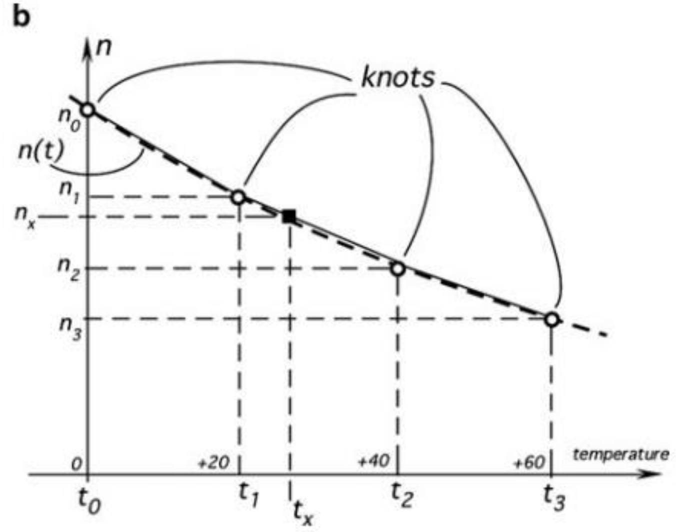
- Odčítanie teploty, ktorá zodpovedá hodnote A/D prevodníka počas prevádzky
- PWL aproximácia ⬄ zjednodušenie pre procesor

$$T_x = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{n_x}{N_0 - n_x}\frac{R_1}{R_0}\right)\right)^{-1} \qquad (2.22)$$

$$t_x = t_1 + \frac{n_x - n_1}{n_2 - n_i}(t_2 - t_1) = 20 + \frac{1505 - 1863}{1078 - 1863}(40 - 20) = 29.12 \qquad (2.23)$$

Table 2.2 Look-up table of knots for computation of temperature

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60



- Nameraná hodnota n_x = 1505 => t_x = 28,22°C
- Hodnota teploty t_x vypočítaná podľa vzťahu 2.22