Charakteristiky senzorov

Prednáška MISA č. 2
23. 2. 2021

Columna 1 by JacktheFlipper-de

https://www.deviantart.com/jacktheflipper-de/art/Columna-1-Waterdrop-Studio-398431238

TRANSFER FUNCTION

V.DZANIBEKOV

$$E = f(s)$$

$$s = f^{-1}(E)$$

ANALOG DEVICES

FEATURES

High Linearity
- **±0.01% Max at 10 kHz FS**
- **±0.05% Max at 100 kHz FS**
- **±0.2% Max at 500 kHz FS**

Output TTL/CMOS-Compatible

V/F or F/V Conversion

6 Decade Dynamic Range

Voltage or Current Input

Reliable Monolithic Construction

MIL-STD-883-Compliant Versions Available

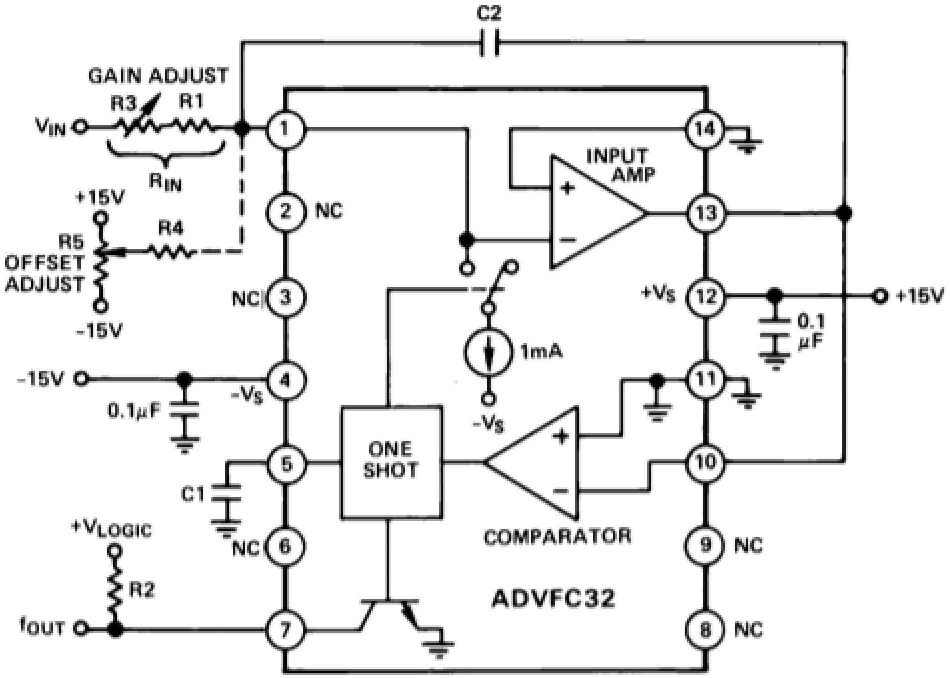


Figure 1. Connection Diagram for V/F Conversion, Positive Input Voltage

$$F_{OUT} = \frac{I_{IN}}{1\,mA \times t_{OS}}$$

Prenosová funkcia = Prevodová charakteristika

- Pre každý senzor existuje ideálny alebo teoretický vzťah medzi výstupom a impulzom
- Ideálna funkcia môže byt uvedená vo forme tabuľky, grafu alebo rovnice
- Prenosová funkcia určuje závislosť medzi elektrickým signálom S a impulzom s s: $S = f(s)$
- V mnohých prípadoch je tento vzťah jednorozmerný charakterizovaný
$$S = a + bs$$
- Kde a je priesečník t.j. výstupný signál pri nulovom vstupnom signále a b je sklon(citlivost)
- S je jednou z charakteristík výstupu, môže byt amplitúda, frekvencia alebo fáza v závislosti od vlastností snímača

Prenosová funkcia

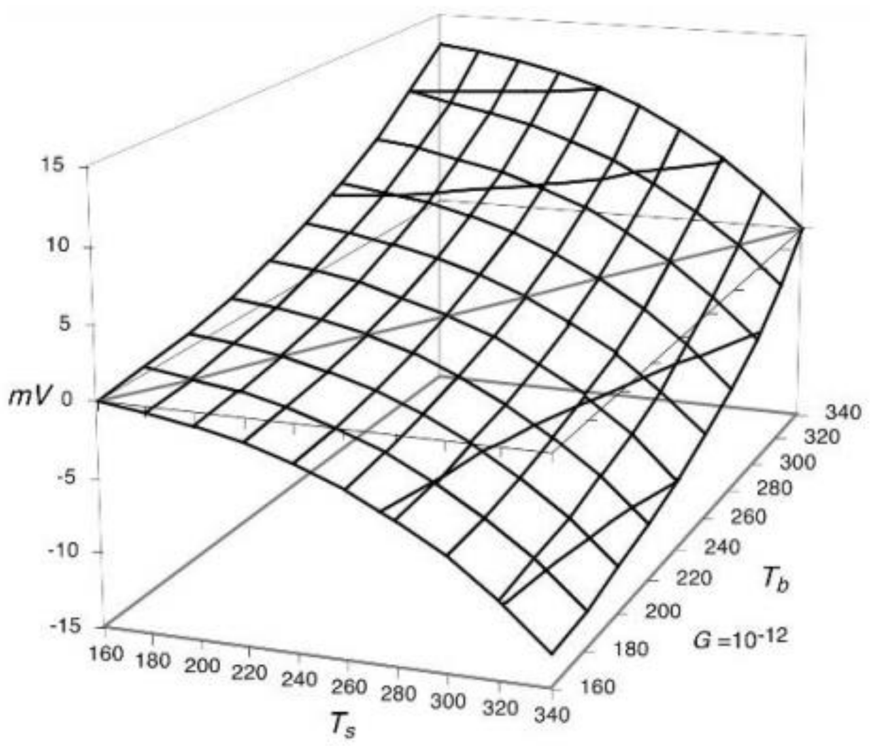
- Logaritmická funkcia: $S = a + b\, ln\, s$
- Exponenciálna funkcia: $\mathrm{S} = ae^{ks}$
- Výkonová funkcia: $\mathrm{S} = a_0 + a_1 s^k$
- Kde k je konštanta, senzor môže mat takú prenosovú funkciu, že žiadna z vyššie uvedených aproximácií nevyhovuje, vtom prípade je použitá polynomiálna aproximácia vyššieho rádu
- Pre nelineárnu prenosovú funkciu citlivosť b nie je fixné číslo, definované je ako: $b = \frac{dS(s_0)}{ds}$

Prenosová funkcia

- V mnohých prípadoch môže byt nelineárny snímač považovaný za lineárny v obmedzenom rozsahu, nazýva sa to aproximácia po častiach
- Prenosová funkcia môže byt viacrozmerná keď je výstup senzoru ovplyvnený viac ako jedným vstupom, napríklad infračervený snímač
- Funkcia spája dve teploty T_b absolútnu teplotu meraného objektu a T_s absolútnu teplotu povrchu senzoru a výstup vo Voltoch $V = G\left(T_b^4 - T_s^4\right)$ kde G je konštanta
- Pre definovanie citlivosti senzoru použijeme vzťah: $b = \frac{\partial V}{\partial T_b} = 4GT_b^3$

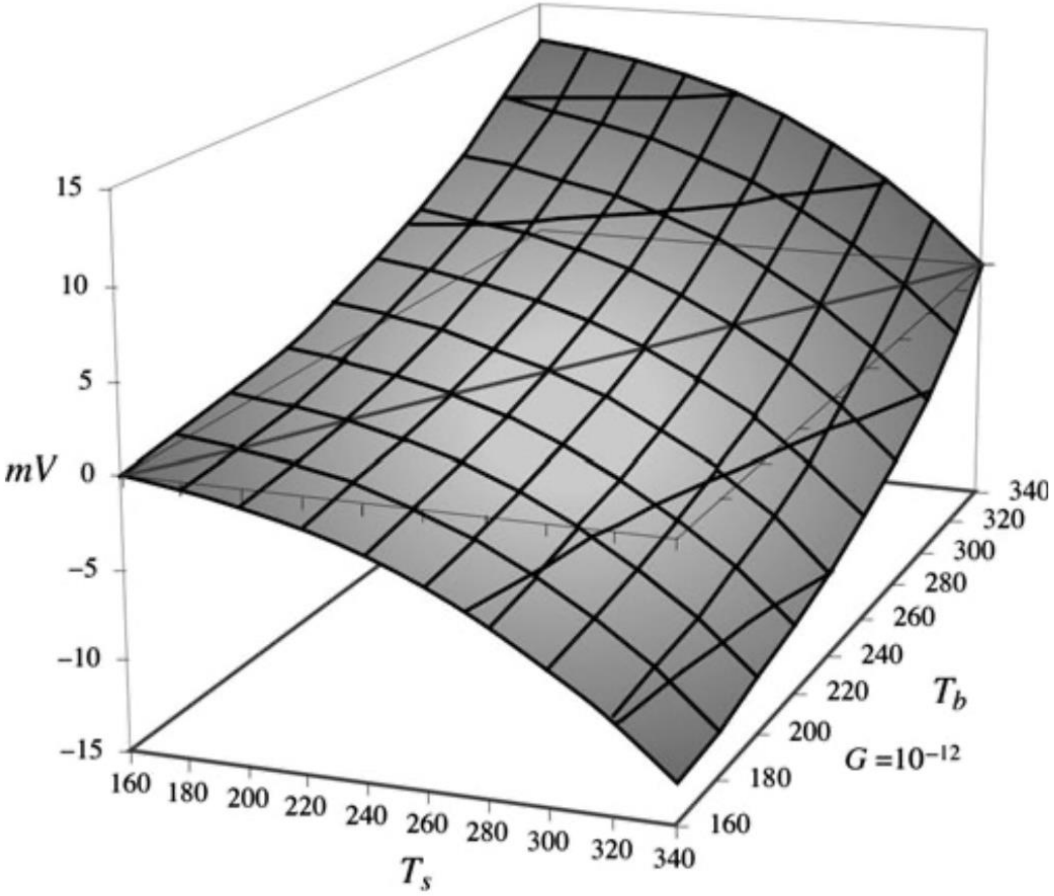
Prenosová funkcia

- Grafické znázornenie dvojrozmernej prenosovej funkcie
- Podľa grafu môžeme vidieť že hodnotu výstupného napätia môžeme jednoznačne určiť z dvoch vstupných teplôt



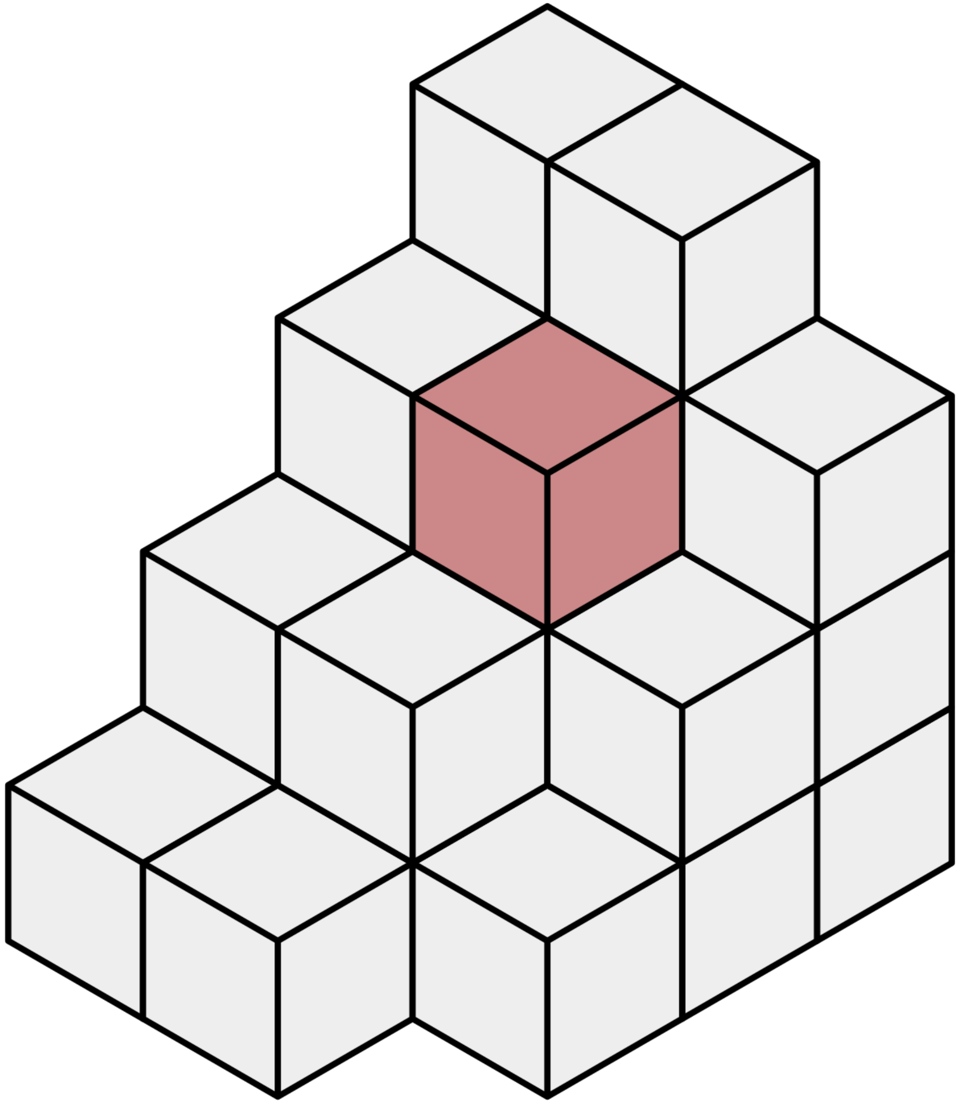
Viacrozmerné prenosové funkcie

- Prenosová funkcia je viacrozmerná, ak výstup snímača závisí od viacerých vstupných stimulov
- Príkladom je prenosová funkcia snímača teplotného žiarenia.
- Výstup závisí od teploty meraného objektu Tb a od teploty na povrchu snímača Ts.
- . $$V = G\left(T_b^4 - T_s^4\right)$$
- Parabola 4-tého rádu
- G - konštanta



Viacrozmerné prenosové funkcie

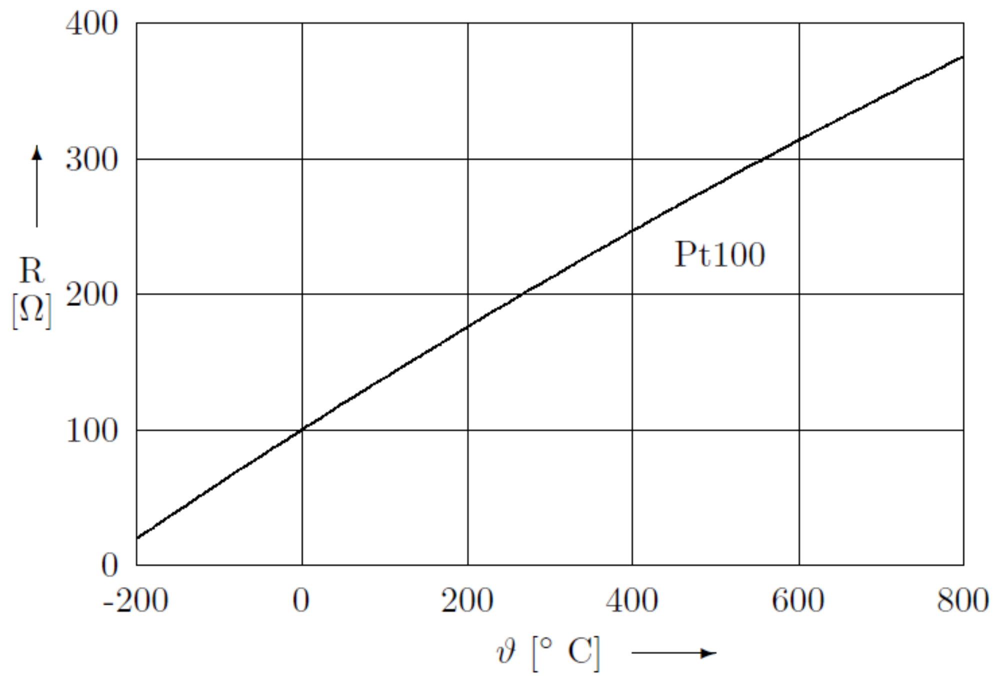
- Využitie??
- Image processing - mapovanie informácií voxelu na vlastnosti farby a priehľadnosti
- Voxel - analógia k pixelu, ktorý reprezentuje 2D grafiku
- Vektorová grafika, rendrovanie



Prevodová charakteristika

- Transfer function (I/O characteristics)
- Zadaná
  - Grafom
  - Tabuľkou
  - Funkciou

- **<u>Matematický model</u>**



Obr. 33: *Prevodová charakteristika Pt100.*

ϑ [°C]	−5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
R [Ω]	98,04	100,000	101,953	103,903	105,849	107,793	109,735	111,673	113,608	115,541	117,470
ϑ [°C]	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
R [Ω]	119,397	121,321	123,242	125,160	127,075	128,987	130,897	132,803	134,707	136,608	138,505

Tabuľka 3: *Hodnoty odporu pre snímač Pt 100 (IEC 751).*

Závislosť odporu Pt 100 na teplote nie je lineárna a dá sa v rozsahu 0 – 850 °C popísať polynómom

$$R(\vartheta) = R_0(1 + A.\vartheta + B.\vartheta^2)$$

kde R_0 je odpor pri teplote 0 °C (t.j. 100 Ω), A a B sú materiálové konštanty: $A = 3,9083 \cdot 10^{-3}\,°C^{-1}$; $B = -5,775 \cdot 10^{-7}\,°C^{-2}$ (podľa IEC 751).

Inverzná prevodová charakteristika

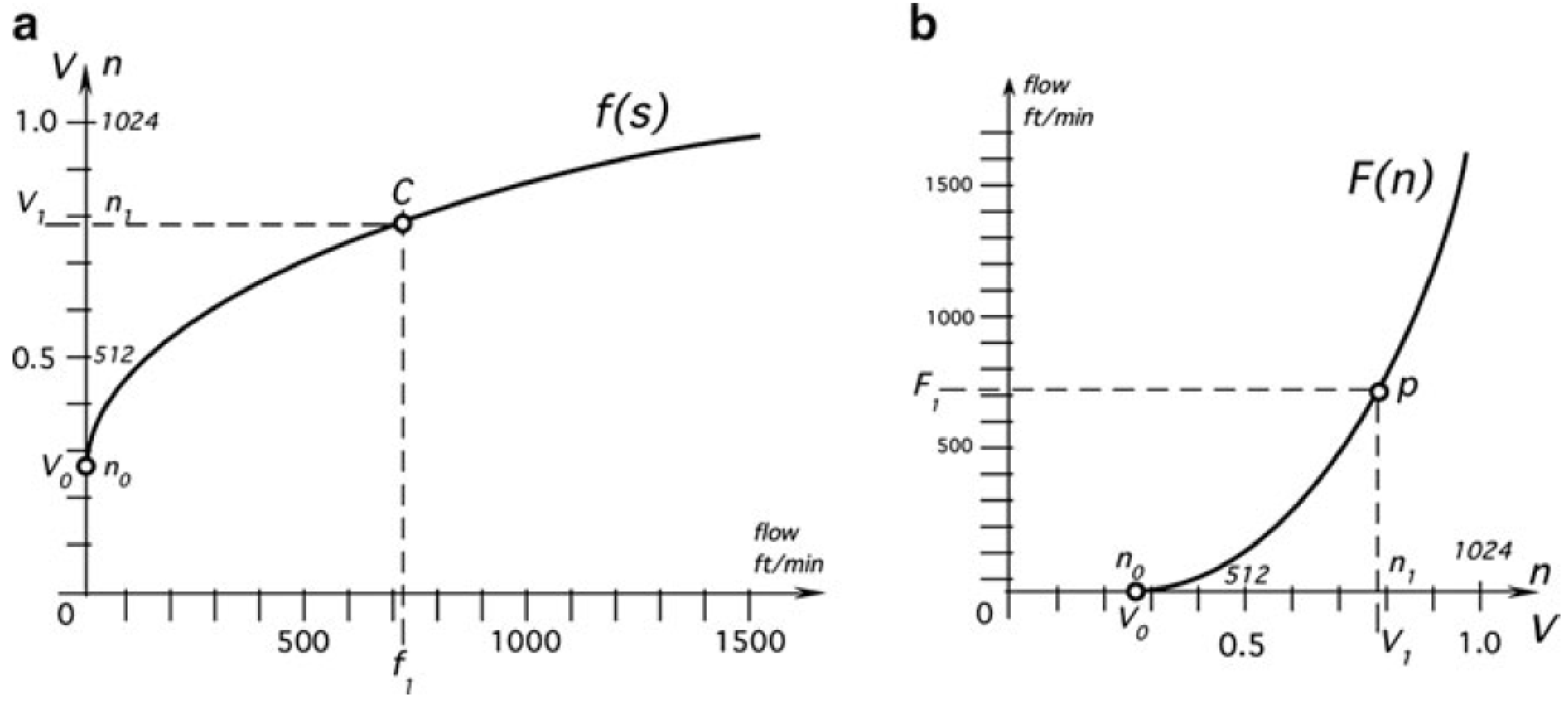
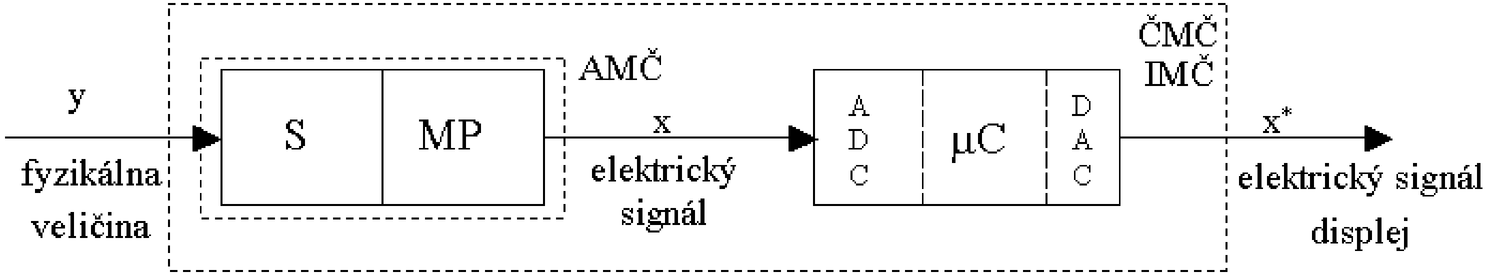
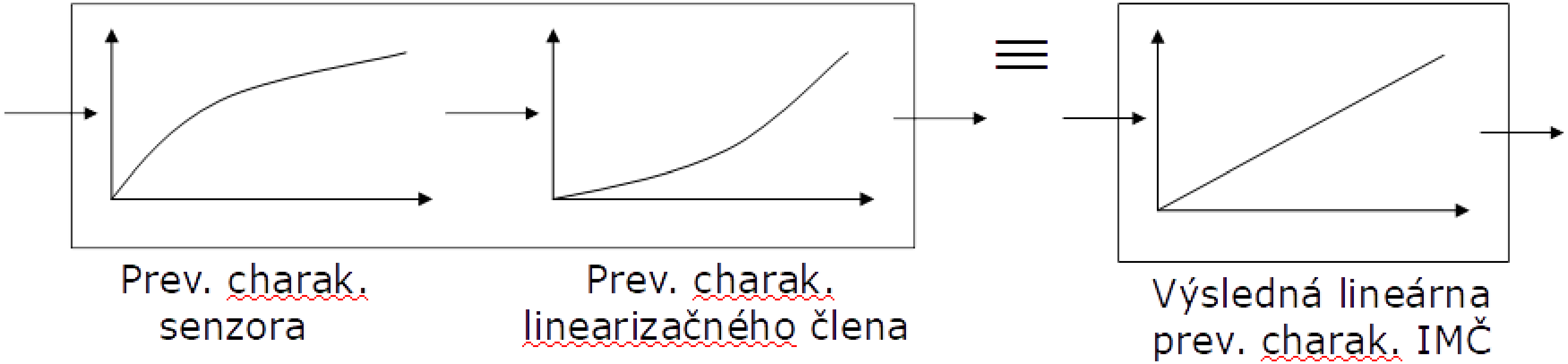


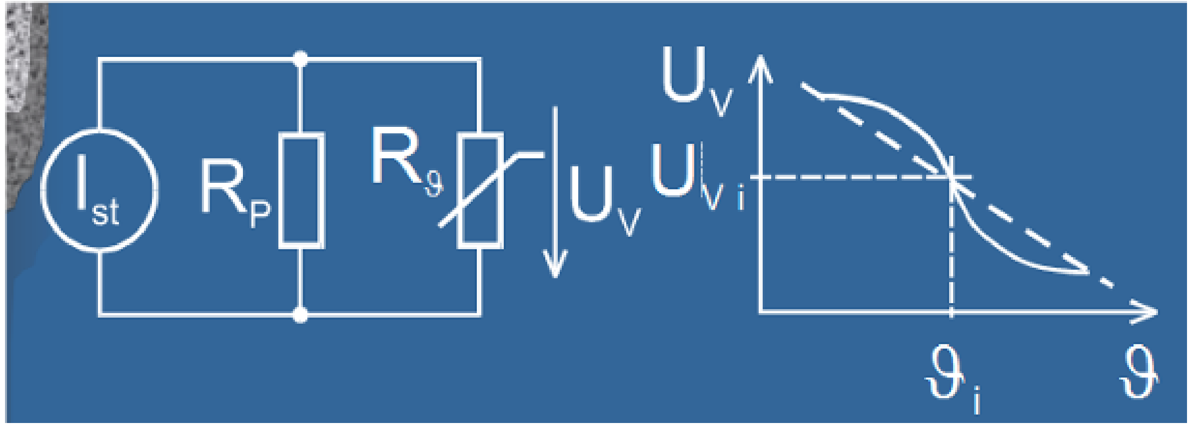
Fig. 2.1 Transfer function (**a**) and inverse transfer function (**b**) of a thermo-anemometer

Linearizácia prevodovej charakteristiky snímača

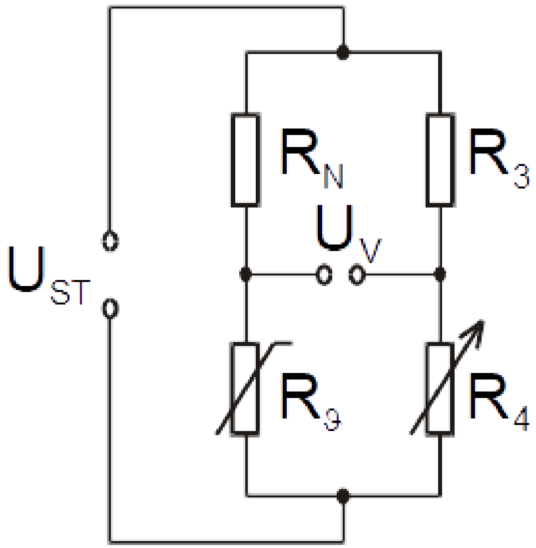




Linearizácia paralelným zapojením

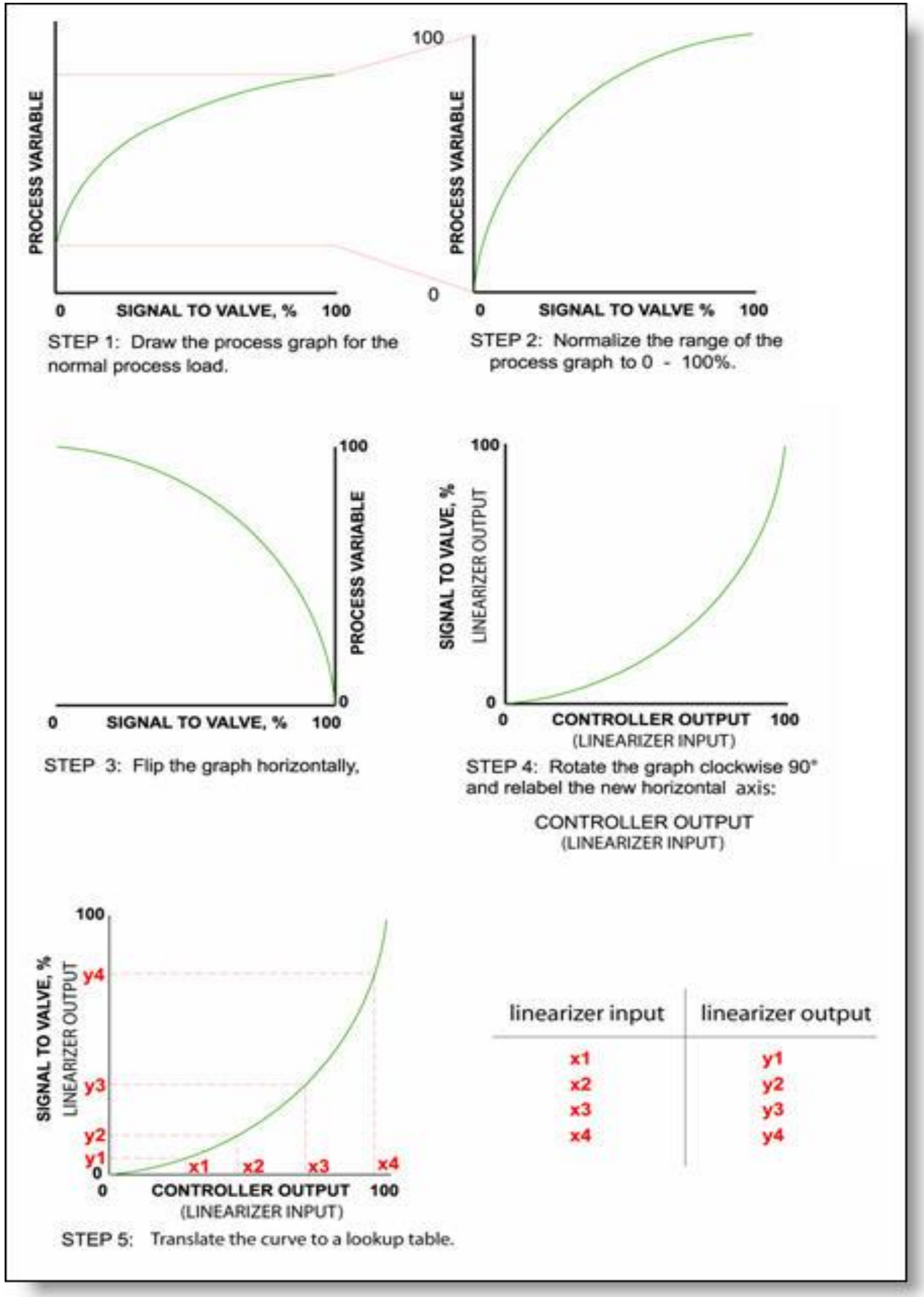


Linearizácia sériovo-paralelným zapojením

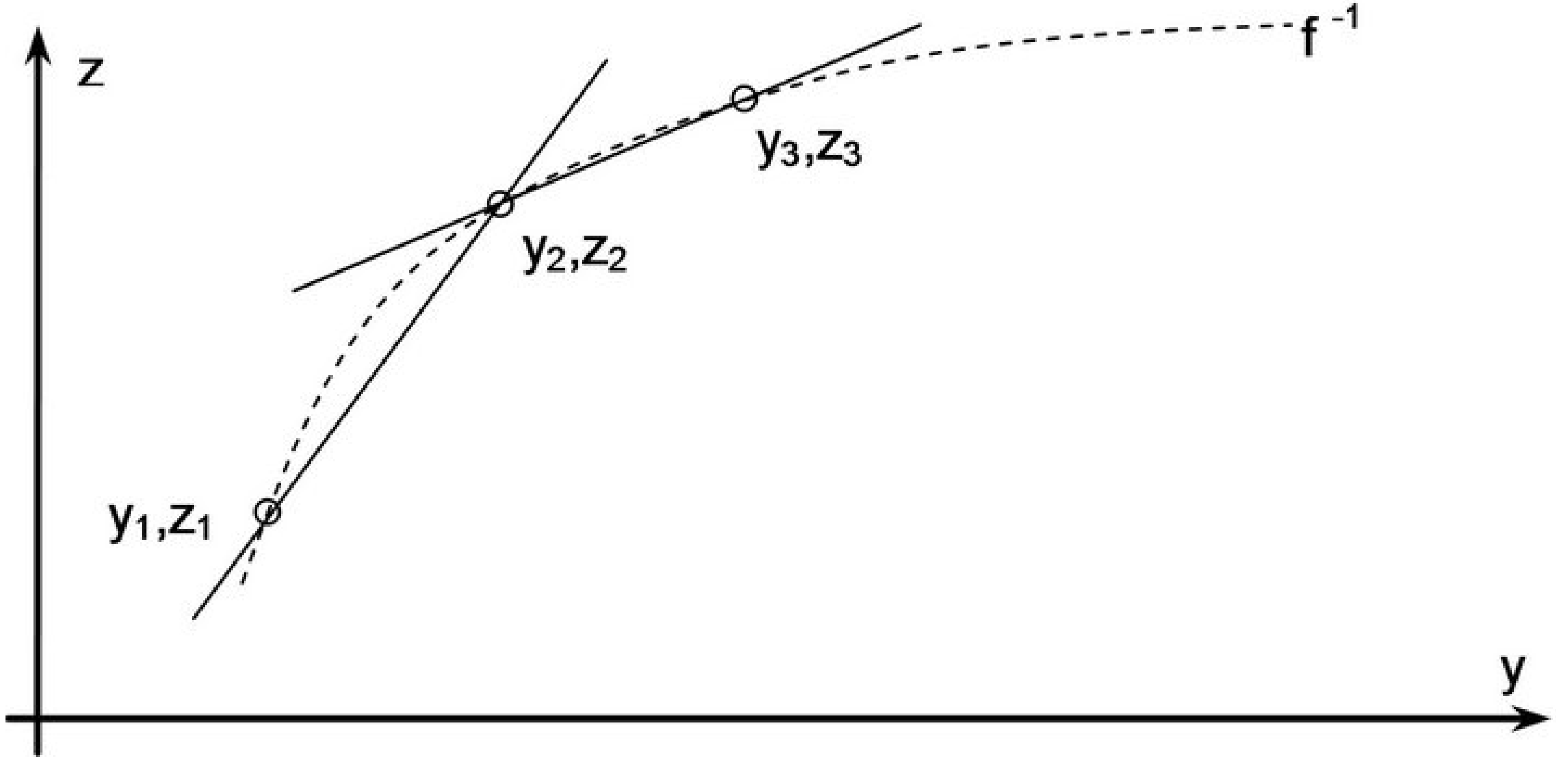


Linearizácia tabuľkou

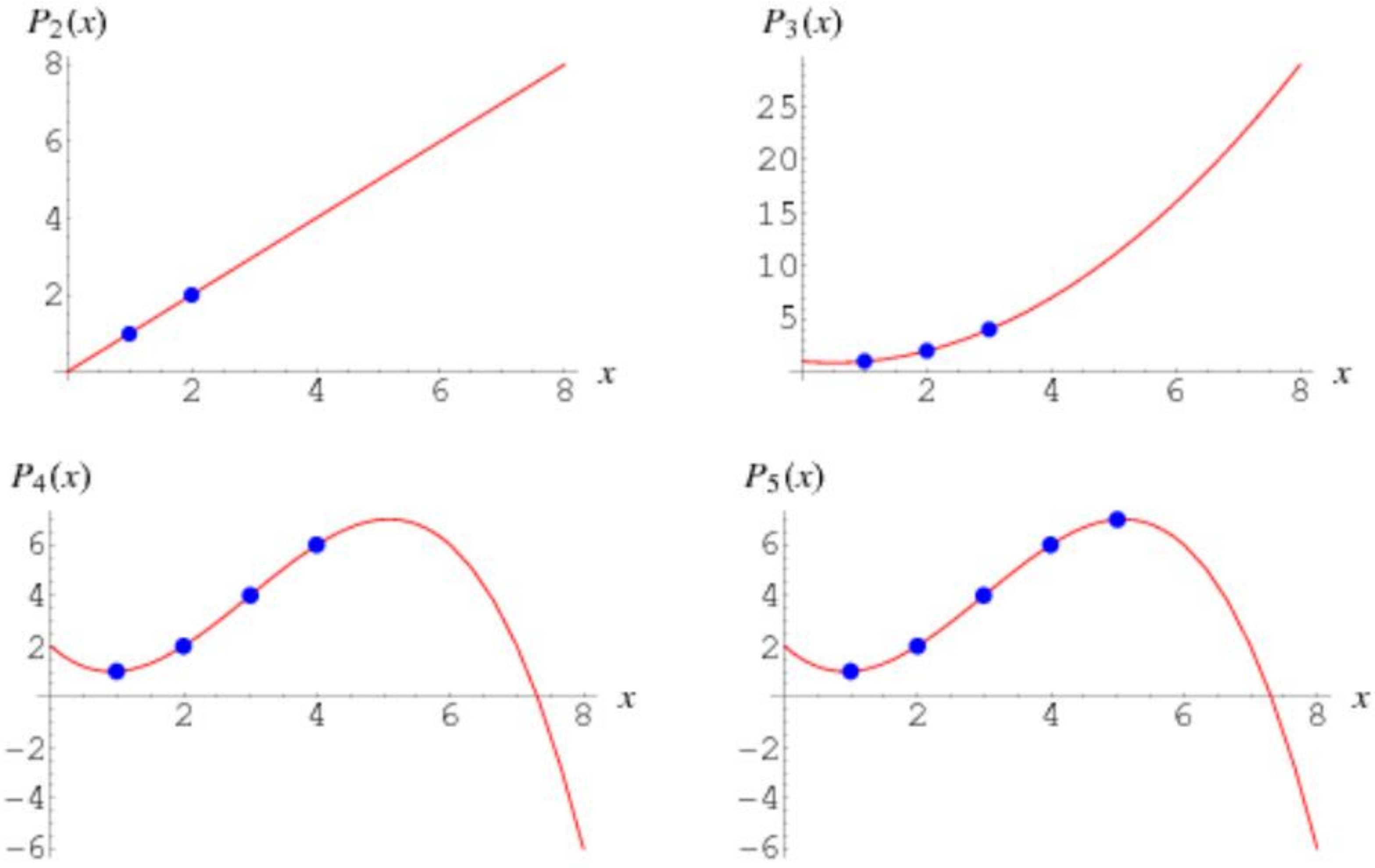
```
#include <avr/pgmspace.h>

const PROGMEM int table[] =
{11,12,15,...};
```



Linearizácia po častiach lin.



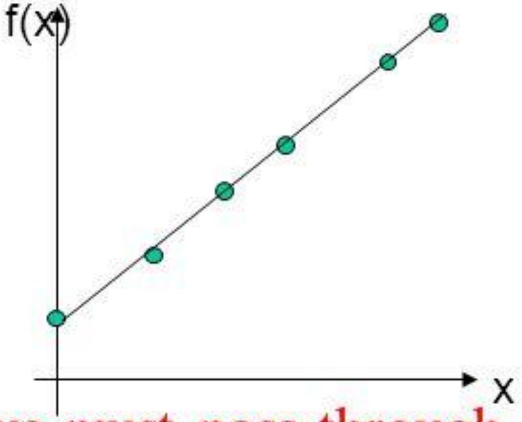

```
if (adcValue > y1) && (adcValue <= y2)
   z = k2 & adcValue + q2;

return(y)
```



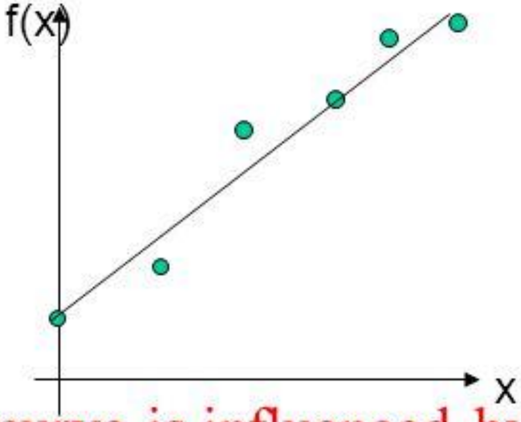
The Lagrange interpolating polynomial is the polynomial $P(x)$ of degree $\leq (n-1)$ that passes through the n points $(x_1, y_1 = f(x_1))$, $(x_2, y_2 = f(x_2))$, ..., $(x_n, y_n = f(x_n))$, and is given by

$$P(x) = \sum_{j=1}^{n} P_j(x),$$

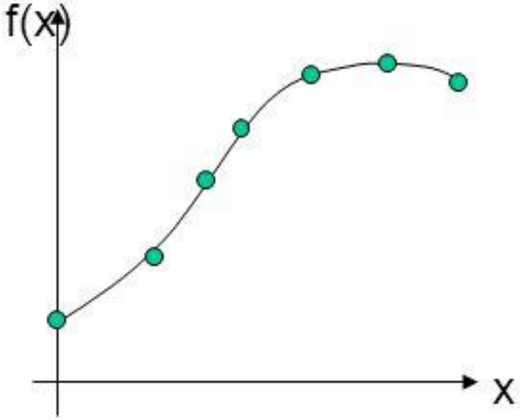
Interpolation vs approximation

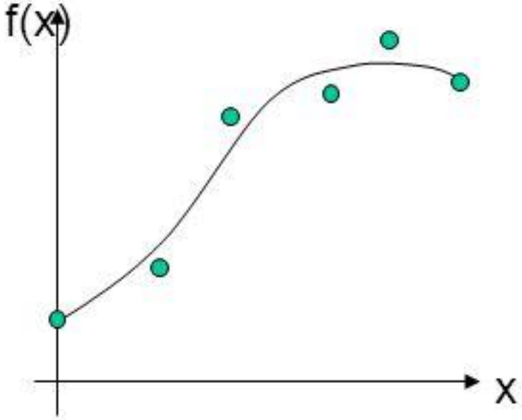


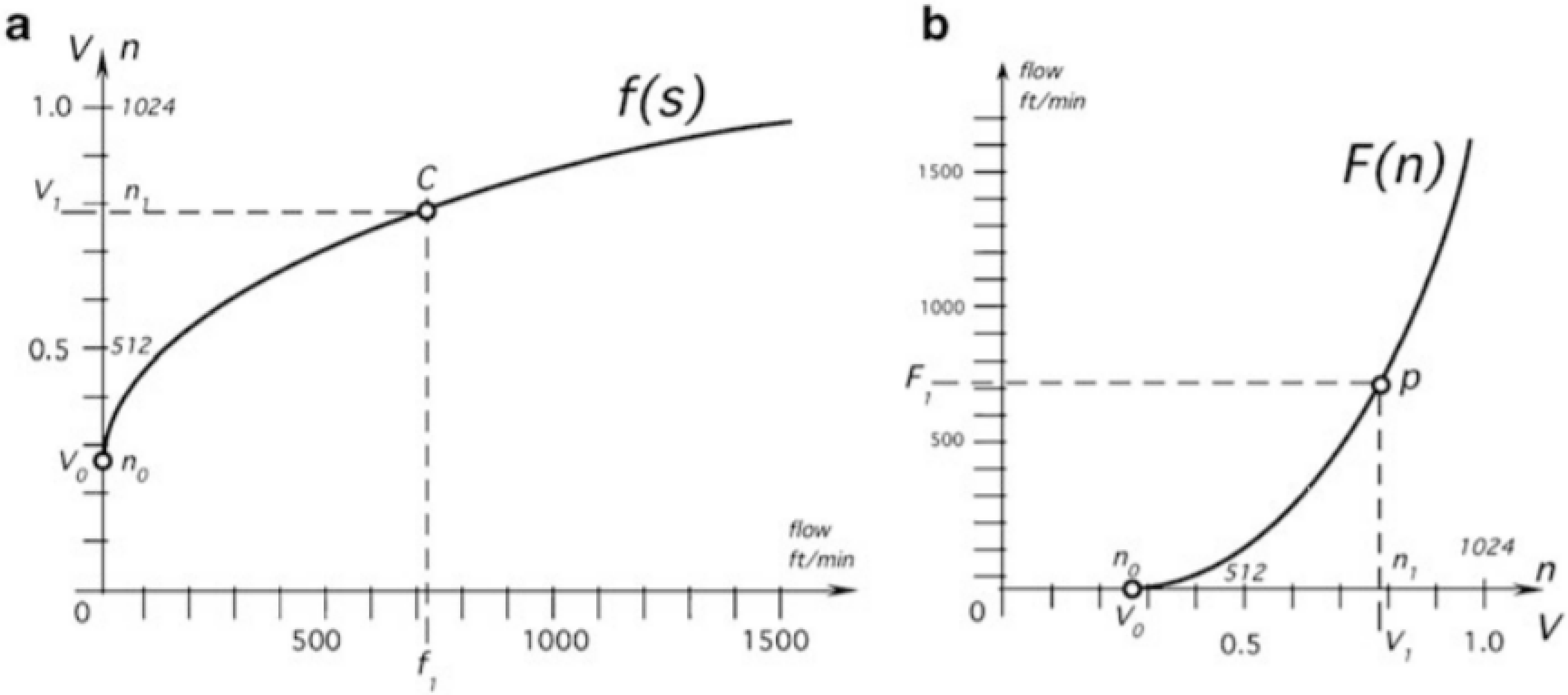
curve must pass through control points



curve is influenced by control points







a
V
n
1.0
1024
f(s)
C
V_1
n_1
0.5
512
V_0
n_0
flow
ft/min
0
500
1000
1500
f_1
b
flow
ft/min
1500
F(n)
1000
F_1
p
500
n_0
512
n_1
1024
n
0
V_0
0.5
V_1
1.0
V

Functional approximations

Mihal Zornjan

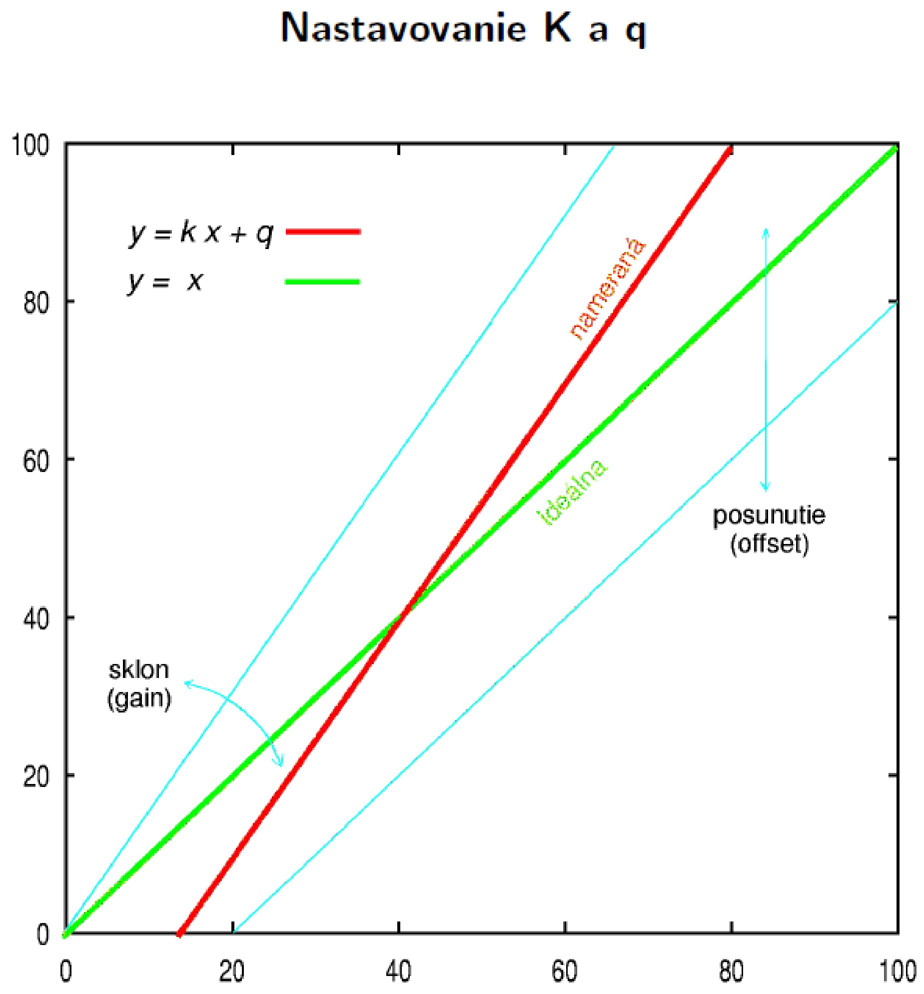
- Aproximačná funkcia - jednoduchá na uľahčenie výpočtu a inverzie
- Najjednoduchšia prenosová funkcia je lineárna: *S = A + Bs* $S = A + Bs$
    - S - amplitúda, fáza, frekvencia, modulovaný impulz (PWM) alebo digitálny kód v závislosti od vlastností snímača, úpravy signálu a obvodu rozhrania
    - A - prerušenie (s = 0)
    - B - sklon / citlivosť / senzitivita
    - s - vstupný signál
- Prenosová funkcia aspoň teoretický prechádza nulovou hodnotou
- Ak odozvu snímača (S0) poznáme: *S = S* $S = S_0 + B(s - s_0)$
- Často je potrebné referencovať snímač na nenulovú referenčnú hodnotu s0

b) Functional approximation [3.], s. 15-16

Jednoduchosť: **lineárna funkcia** $y = K.x + q$

Ak referenčný bod $[x_0, y_0]$ nie je nula:

$$y = y_0 + K.(x - x_0)$$



Vlastnosti senzorov - Functional approximations

- Málo senzorov je naozaj lineárne
- Keď sa už nelinearita nemôže zanedbať:
  - Logaritmická funkcia a jej inverzná funkcia: *
  - Exponenciálna funkcia a jej inverzná funkcia: **
  - Výkonová funkcia a jej inverzná: ***
- A a B - parametre
- k - účinník
- Malý počet parametrov (stanovené počas kalibrácie)

* $$S = A + B \ln s$$

$$s = e^{\frac{S-A}{B}}$$

** $$S = Ae^{ks}$$

$$s = \frac{1}{k} \ln \frac{S}{A}$$

*** $$S = A + Bs^k$$

$$s = \sqrt[k]{\frac{S-A}{B}}$$

Nelineárne funkcie

Logarithmic function and the corresponding inverse function are respectively:

$$y = A + B \ln x \qquad x = e^{\frac{y-A}{B}}$$

Exponential function and its inverse are given by :

$$y = A\, e^{kx} \qquad x = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{A}$$

Power function and its inverse can be expressed as

$$y = A + B\, x^{k} \qquad x = \sqrt[k]{\frac{y-A}{B}}$$

where A, B are parameters and k is the power factor.

Polynomiálna aproximácia

Aproximácia mnohočlennou rovnicou je vhodná vtedy, ak nelinearitu nevieme popísať presnou matematickou rovnicou.

Presnosť aproximácie vieme zvyšovať zvyšovaním stupňa polynómu.

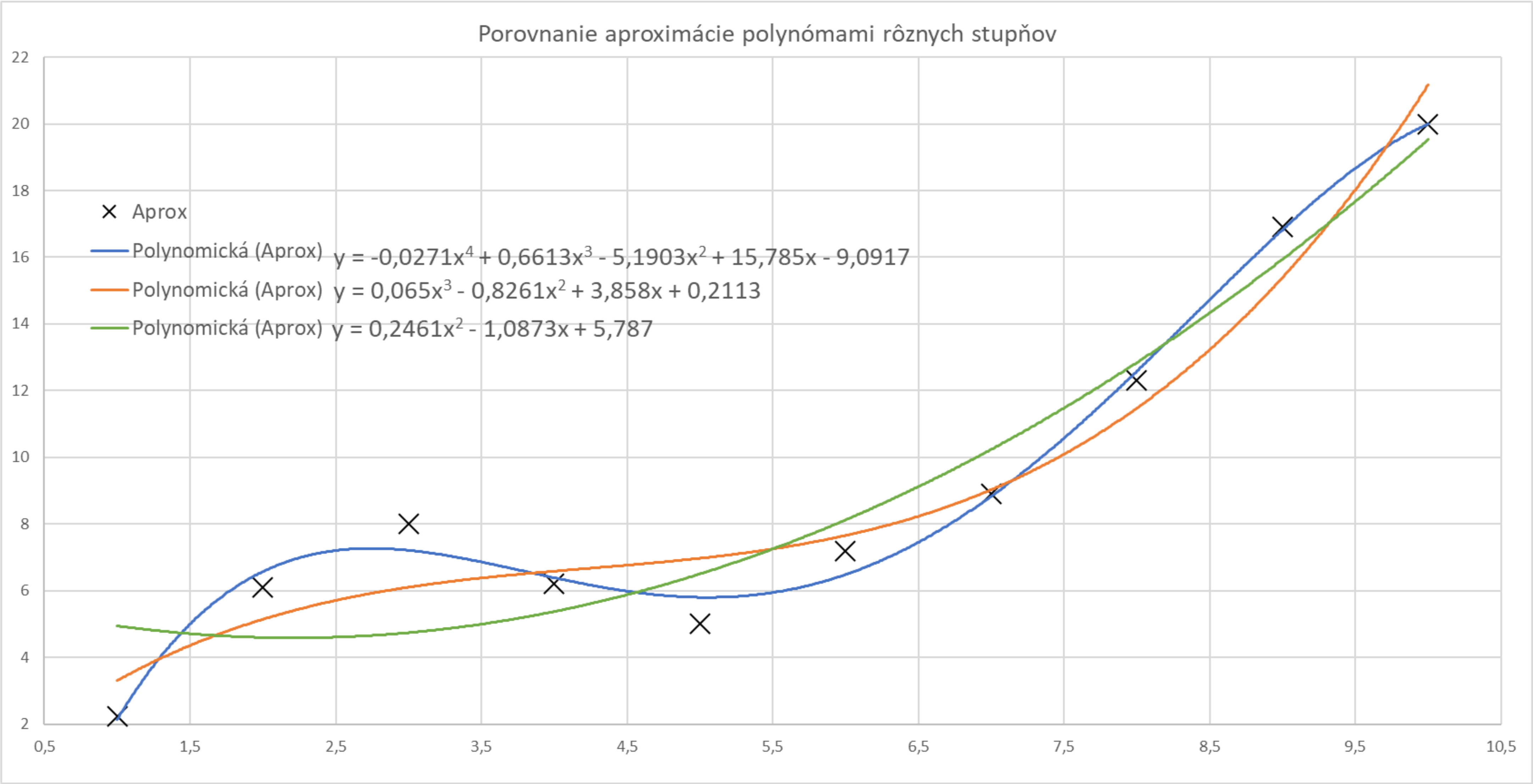
Niekedy vieme dosiahnuť veľkú presnosť aj s druhým stupňom.

Väčšinou sa aproximuje buď priamo prenosová fcia alebo inverzná prenosová funkcia, nie obe.

Polynomiálna aproximácia

Daniel Parai

- Príklad 1
- $S = Ae^{ks} \approx A\left(1 + ks + \frac{k^2}{2!}s^2 + \frac{k^3}{3!}s^3\right)$
- Príklad 2
- $S = a_2 s^2 + b_2 s + c_2$
- $S = a_3 s^3 + b_3 s^2 + c_3 s + d_3$
- Inverzná prenosová funkcia
- $S = A_2 S^2 + B_2 S + C_2$
- $S = A_3 S^3 + B_3 S^2 + C_3 S + D_3$



Porovnanie aproximácie polynómami rôznych stupňov
Aprox
Polynomická (Aprox) y = -0,0271x4 + 0,6613x3 - 5,1903x2 + 15,785x - 9,0917
Polynomická (Aprox) y = 0,065x3 - 0,8261x2 + 3,858x + 0,2113
Polynomická (Aprox) y = 0,2461x2 - 1,0873x + 5,787
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0,5
1,5
2,5
3,5
4,5
5,5
6,5
7,5
8,5
9,5
10,5

Senzitivita

- Sensitivata je koeficient B
- $S = A + Bs,\ S = S_0 + B(s - s_0)$
- Derivácia prenosovej funkcie
- $b_i(s_i) = \frac{dS(s_i)}{ds} \approx \frac{\Delta S_i}{\Delta s_i}$

Lineárna PWL aproximácia

Zdenek Pichlík

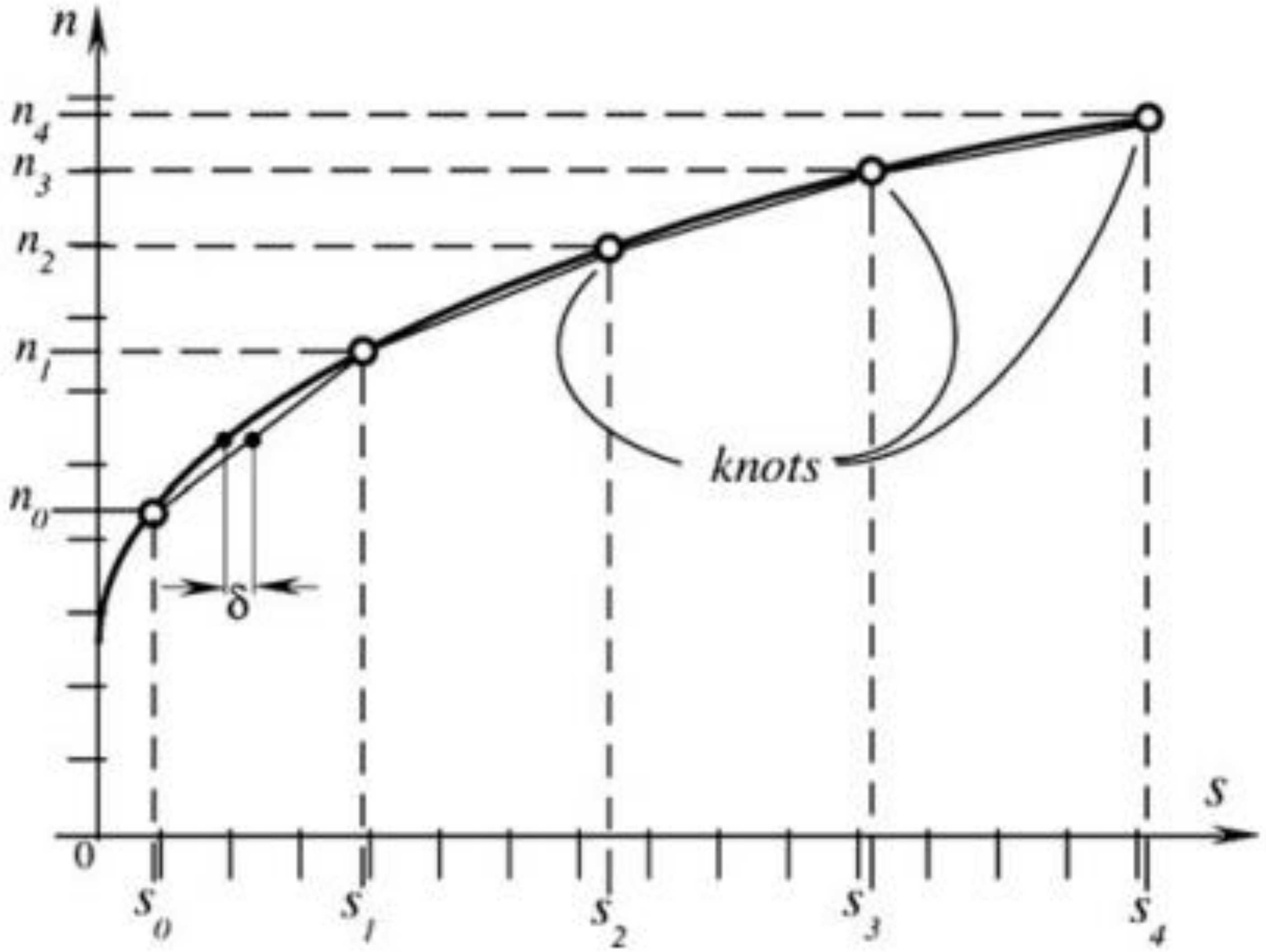
- zber údajov
- rozloženie nelineárnej prenosovej funkcie na lineárne opísané sekcie
- nahradenie zakrivených sekcii rovnými

Vstupné hodnoty:

s0, s1, s2, s3, s4

Zodpovedajúce výstupné hodnoty:

n0, n1, n2, n3, n4



- zmysel vyberať uzly v oblasti záujmu
- chyba čiastočnej aproximácie - maximálna odchýlka d aproximačných čiar od skutočnej krivky
- viacej vzoriek = menšia odchýlka

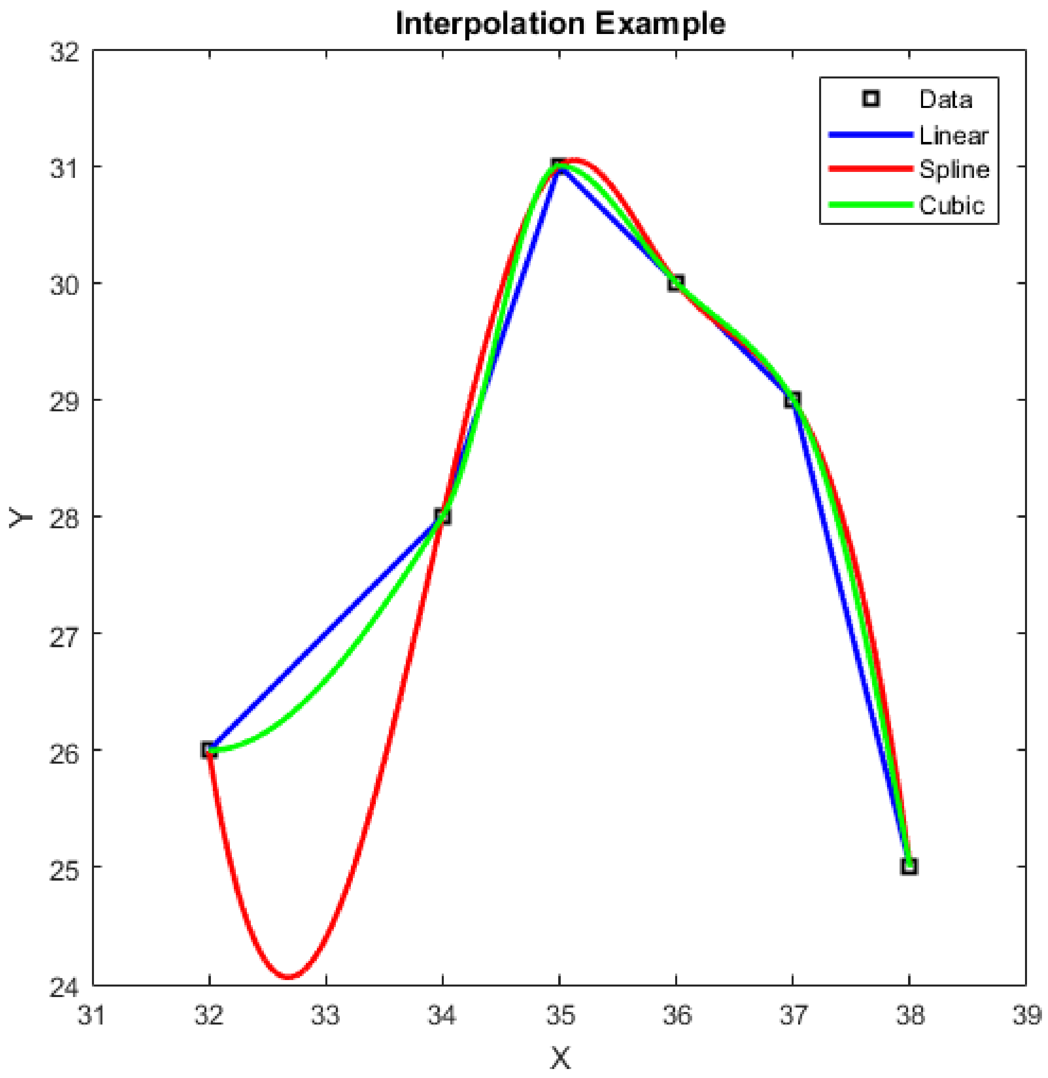
1. Spline interpolácia

Kristián Lehocký

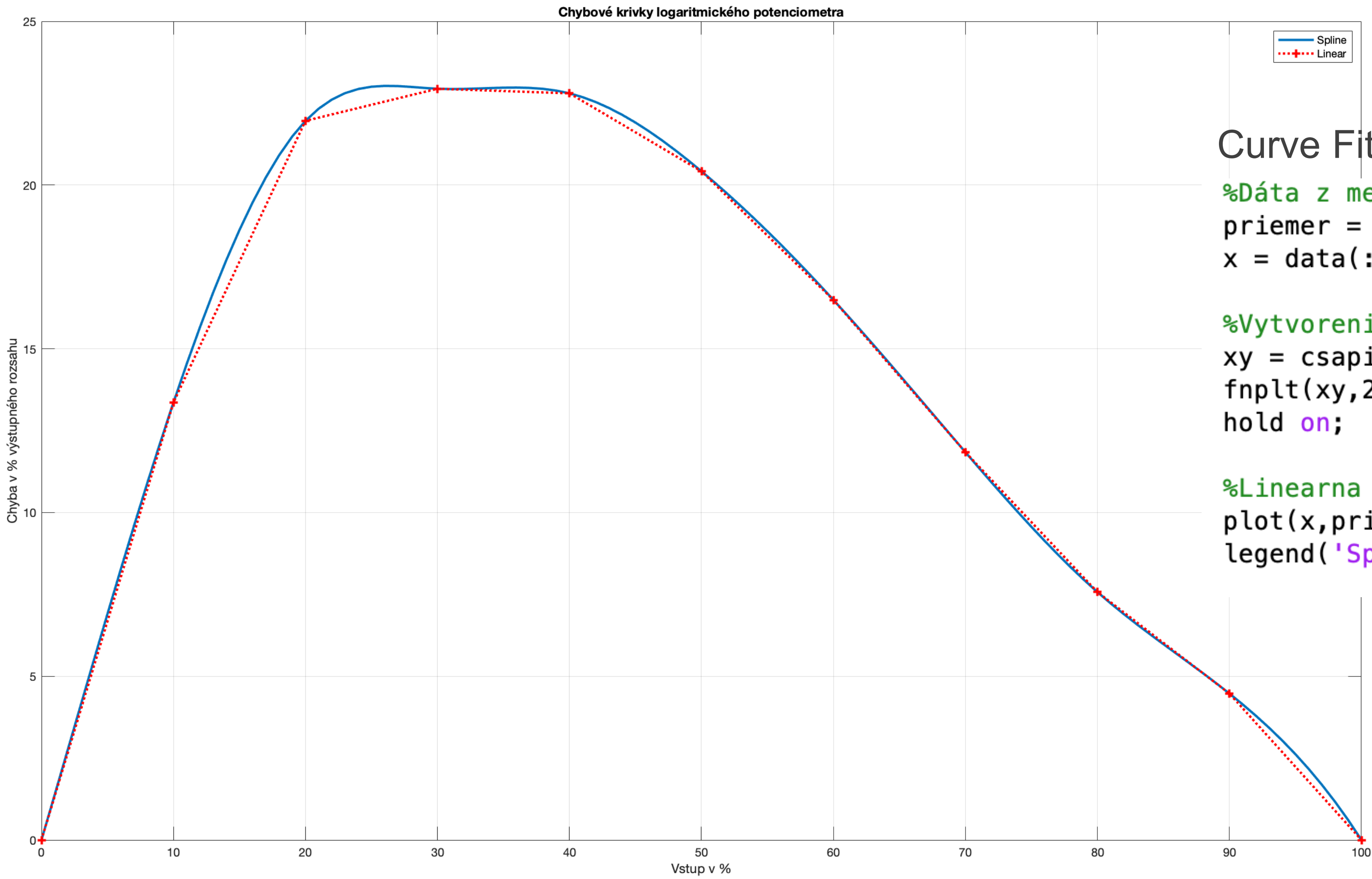
- Aproximácie pomocou polynómov 3. rádu a vyšších majú nevýhodu - vybrané body na jednej strane krivky majú výrazný vplyv na vzdialené časti krivky - tento nedostatok sa rieši spline metódou aproximácie.
- Metóda používa polynomiálnu interpoláciu 3. rádu medzi vybranými experimentálnymi bodmi, ktoré sa nazývajú uzly.
- Je to krivka medzi dvoma susednými uzlami a následne sú všetky krivky „zlepené“ dohromady, aby sa získala hladko skombinovaná krivka.
- Nemusí to byť nevyhnutne krivka 3. rádu - môže to byť napríklad aj lineárna interpolácia 1. rádu.
- Spline interpolácia môže využívať polynómy rôzneho stupňa, ale najpopulárnejšie sú kubické polynómy.
- Zakrivenie priamky v každom bode je definované druhou deriváciou, ktorá by sa mala vypočítať pre každý uzol.
- Ak sú 2. derivácie nulové, kubický spline sa nazýva „uvoľnený“.

Spline interpolácia

- Metóda aproximácie využívajúca polynóm tretieho stupňa
- Je to krivka medzi dvoma susediacimi uzlami, ktoré spája dokopy
- Technika zachovávajúca hladkosť prenosovej funkcie
- Najjednoduchšia forma je spline - interpolácia prvého stupňa - lineárna
- Najpopulárnejšie sú kubické interpolácie



Spline - Matlab



Curve Fitting Toolbox™

```
%Dáta z merania
priemer = data(:,4);
x = data(:,1);

%Vytvorenie Spline
xy = csapi(x,priemer);
fnplt(xy,2);
hold on;

%Linearna krivka
plot(x,priemer,"r+:","LineWidth",2);
legend('Spline','Linear')
```

2. Multidimenzionálne prenosové funkcie

- Prenosová funkcia môže byť funkciou viac ako jednej premennej, ak je výstup snímača závislý od viac ako jedného vstupného stimulu.
- Jedným z príkladov je snímač vlhkosti, ktorého výstup závisí od dvoch vstupných premenných - relatívnej vlhkosti a teploty.
- Ďalším príkladom je prenosová funkcia snímača tepelného (infračerveného) žiarenia, ktorá má dva argumenty - absolútna teplota objektu merania a absolútna teplota povrchu snímača.

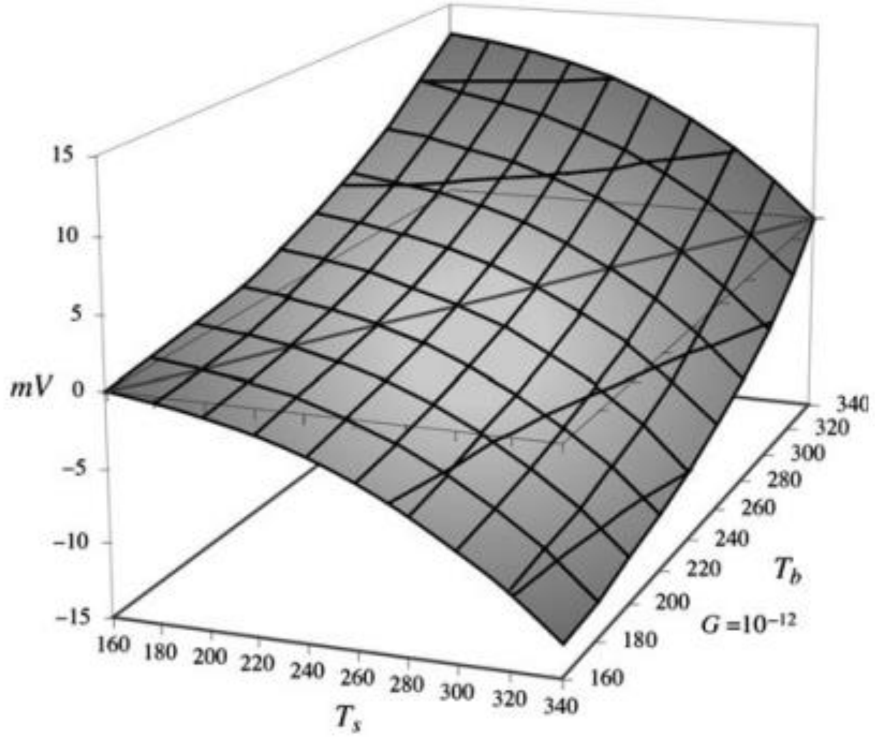
2.1 Dvojrozmerná prenosová funkcia snímača tepelného žiarenia

- Výstupné napätie V sa vypočíta vzťahom:

$$V = G\left(T_b^4 - T_s^4\right)$$

T_b - absolútna teplota objektu merania
T_s - absolútna teplota povrchu snímača
G - konštanta

- Vzťah medzi teplotou objektu a výstupným napätím je nelineárny (závisí to od paraboly 4. rádu, ale aj od povrchovej teploty snímača T_s, ktorá by sa mala merať samostatným snímačom teploty).



Adrián Hudek: f) Calibration [3.], s. 21-22

Kalibrácia

Čo je to kalibrácia

- činnosť, ktorá za presne daných podmienok určuje vzťah medzi hodnotami meraného prístroja a skutočnou hodnotou

- Kalibrátor

- pomocou meraní a výpočtov

Kalibrácia

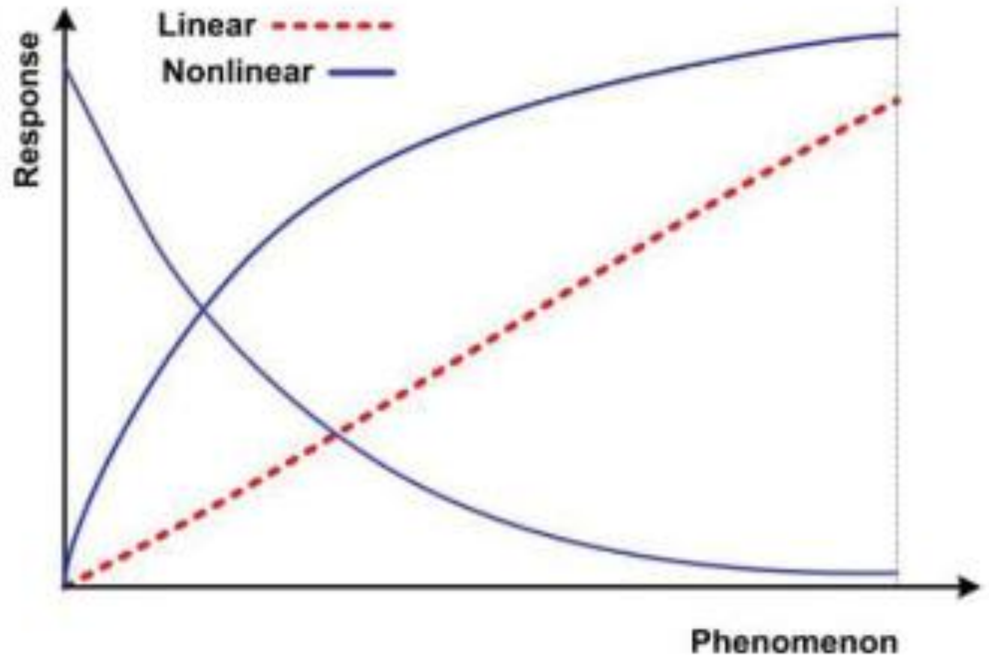
- Matematický model prenosovej funkcie senzora

- Lineárna: $\boldsymbol{S = a + b * s}$

- Nelineárna:

  logaritmická: $\boldsymbol{S = a + b * lns}$

  exponenciálna: $\boldsymbol{S = a * e^{ks}}$



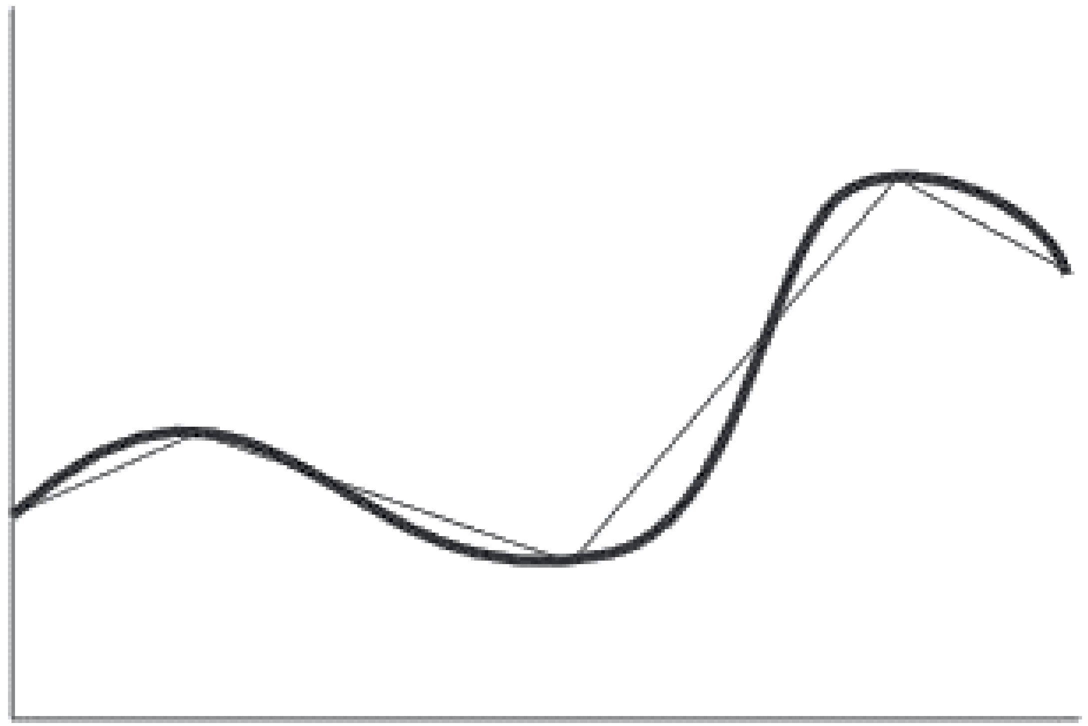
Kalibrácia

- Lineárna prenosová funkcia
- Najmenej dvoj bodová kalibrácia
- Pre konštanty ***a*** a ***b*** potrebujeme dve hodnoty teploty pre ktoré zodpovedajú dve výstupné napätia

- Rovnica pri lineárnej funkcií:
  - $v = a + b * t$
- Rovnice pre výpočet konštánt:
  - $b = \frac{v1 - v2}{t1 - t2}$
  - $a = v1 - b * t1$
- Rovnica pre výpočet teploty:
  - $t = \frac{v - a}{b}$

Kalibrácia

- Nelineárne funkcie viac ako dvoj bodová kalibrácia
- Požadovaná presnosť=počet kalibračných bodov
- Aproximácia po častiach



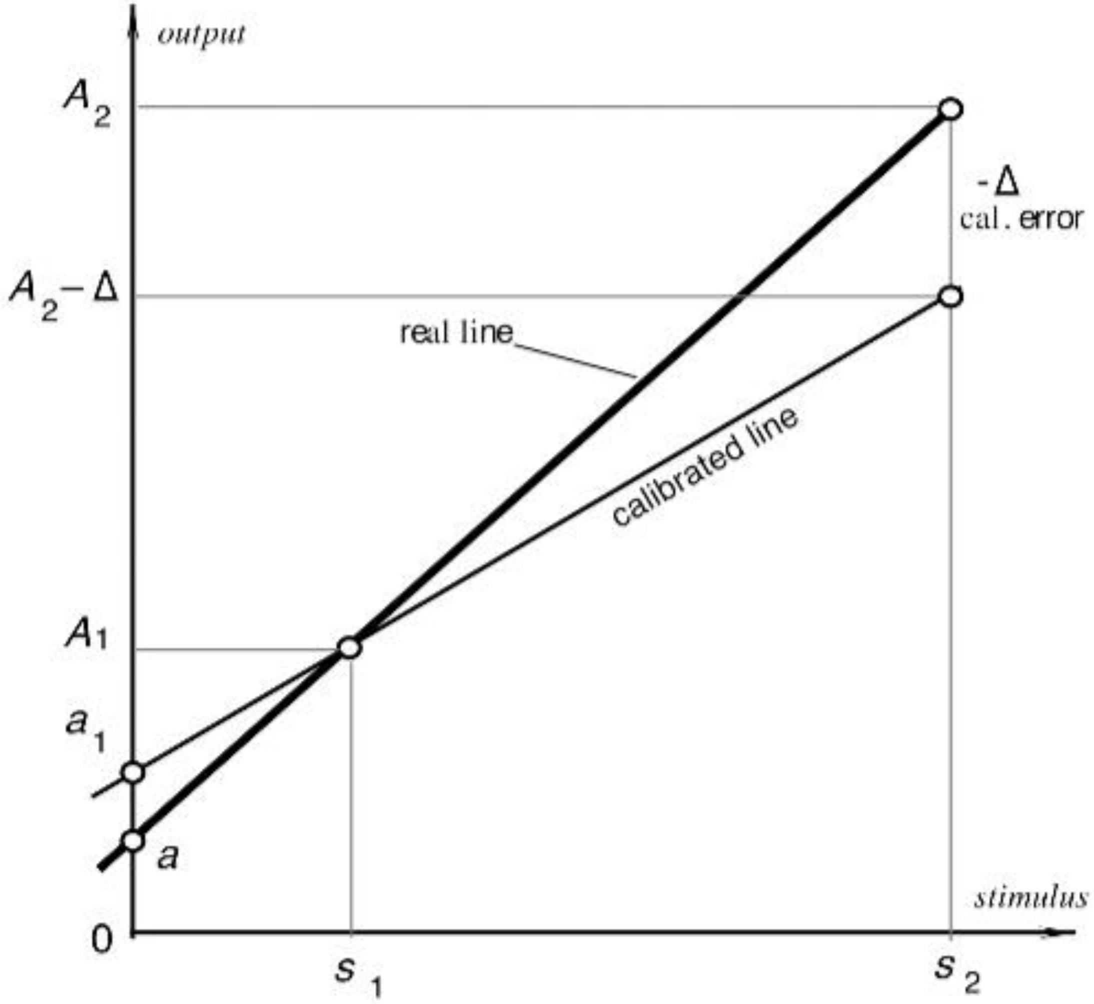
Kalibrácia

- **Teplotný senzor**: kúpeľ s regulovateľnou teplotou
- **Infračervený snímač**: dutina čierneho telesa
- Presnosť senzora je priamo spojená s presnosťou kalibrátora

Chyba kalibrácie

- Vytvorená výrobcom
- Nemusí byť rovnomerná v celom okolí
- Podnety: ***s1*** a ***s2***
- Reakcie: ***A1*** a ***A2***

- $\delta a = a1 - a = \frac{\Delta}{s2 - s1}$
- $\delta b = -\frac{\Delta}{s2 - s1}$



Kalibrácia

Ján Jedinák

- Kalibrácia je neodmysliteľnou činnosťou vo výrobných procesoch všetkých priemyselných odvetví. Vzhľadom na rôznorodé technológie existuje množstvo odlišných dôvodov a motivácií na kalibráciu.
- Napríklad, ak potrebujete merať teplotu s presnosťou na 0,1 ° C,a dostupný senzor má presnosť 1C, to ešte neznamená že senzor nie je možné použiť. Tento konkrétny senzor vyžaduje kalibráciu.

  Kalibráciu snímača je možné vykonať niekoľkými spôsobmi, niektoré z nich sú:
  1. Výpočet prenosovej funkcie alebo jej aproximácia tak, aby zodpovedala vybraným kalibračným bodom (prispôsobenie krivky výpočtom koeficientov vybranej aproximácie).
  2. Úprava systému na zber údajov tj. (úpravu) nameraných údajov aby sa zmestili do normalizovanej alebo „ideálnej“ prenosovej funkcie. Príkladom je škálovanie získaných údajov.

  3.Úprava (trimm) vlastností snímača tak, aby zodpovedali vopred určenej prenosovej funkcii.

  4. Vytvorenie referenčného zariadenia špecifického pre snímač so zhodnými vlastnosťami v konkrétnych kalibračných bodoch.

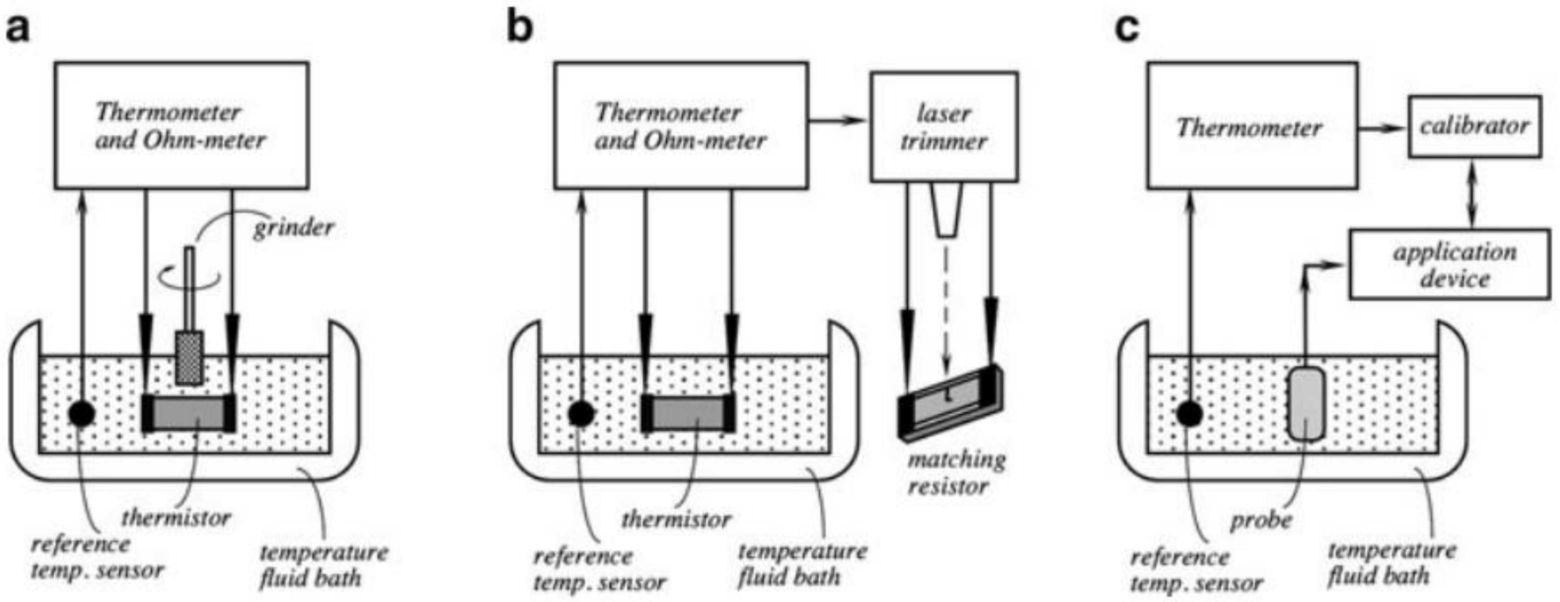


Fig. 2.4 Calibrations of a thermistor: grinding (**a**), trimming of a reference resistor (**b**), calculating the transfer function (**c**)

Na obrázku je termistor presne ponorený do kvapaliny

Je tam kontrolovaná a monitorovaná teplota. Kvapalina by mala byť elektricky nevodivá, napríklad olej alebo FluorinertTM. Teplota „kúpeľa“ sa monitoruje s presným referenčným teplomerom.

- Odpor termistora sa meria pomocou ohm metra, ktorý je súčasťou kalibračného zariadenia. Brúska mechanicky odstráni určitý materiál z tela termistora, aby sa upravili jeho rozmery a následne bude meniť svoj elektrický odpor pri konkrétnej teplote pri ponorení. Ak odpor termistora zodpovedá vopred stanovenej hodnote, orezávanie, zmenšovanie sa zastaví a kalibrácia je ukončená. Teraz sa reakcia termistora zhoduje s „ideálnou“ prenosvou funkciou.

  Kedy je potrebná kalibrácia

- Kalibrácia je potrebná u každého meracieho prístroja pred jeho zaradením do používania, alebo pokiaľ spôsob použitia daného prístroja bol významne zmenený. Je možné to zhrnúť do nasledujúcich bodov:
- Pri zaradení nového prístroja
- Po uplynutí špecifikovanej periódy kalibrácie
- Po uplynutí doby používania
- Po šoku alebo silných vibráciách
- Po náhlych zmenách počasia (vonkajších podmienok)
- Vždy keď sa objevia diskutabilné údaje
- Rekalibrácia
- - kalibrácie musia byť opakované vo vhodných intervaloch; dĺžka týchto intervalov bude závisieť od viacerých veličín, napríklad od požadovanej neistoty, frekvencie používania, spôsobu používania, časovej stálosti zariadenia.

Príklady a výpočty

Výpočet parametrov prenosovej funkcie

Katarína Zvarová

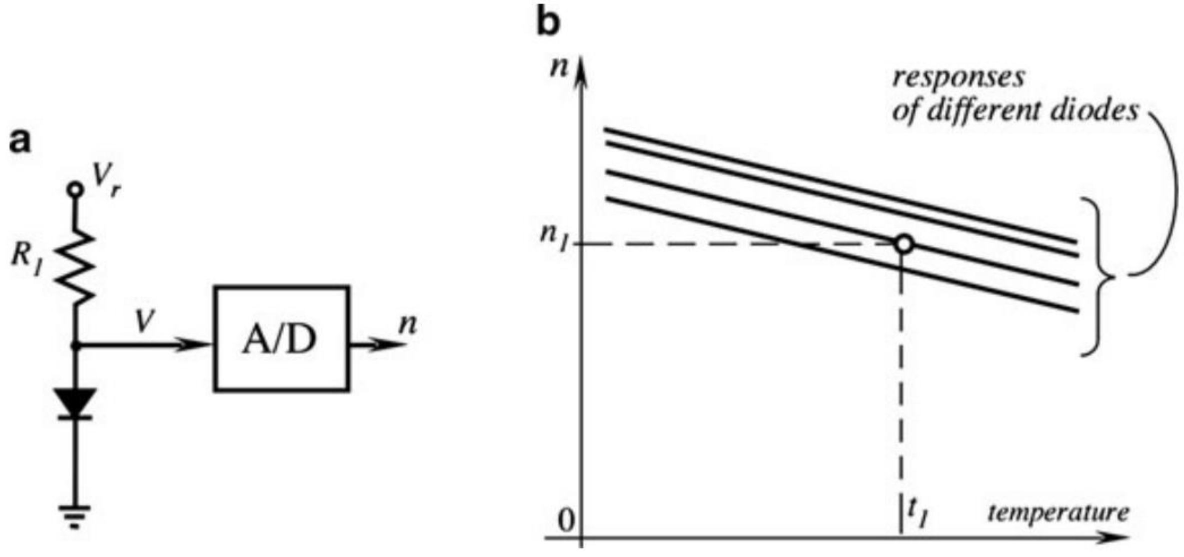
$$S = S_0 + B(s - s_0)$$

$$n = n_1 + B(t - t_1)$$

$$n_2 = n_1 + B(t_2 - t_1)$$

$$B = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

$$t = t_1 + \frac{(n - n_1)}{B}$$



A p–n junction temperature sensor (**a**); calibration (**b**).

Výpočet parametrov prenosovej funkcie

$$S = as^3 + bs^2 + cs + d$$

$$S_1 = as_1^3 + bs_1^2 + cs_1 + d$$
$$S_2 = as_2^3 + bs_2^2 + cs_2 + d$$
$$S_3 = as_3^3 + bs_3^2 + cs_3 + d$$
$$S_4 = as_4^3 + bs_4^2 + cs_4 + d$$

$$\Delta = \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_4^2}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_3^3}{s_1 - s_3}\right) - \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_3^2}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_4^3}{s_1 - s_4}\right)$$

$$\Delta_a = \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_4^2}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_3}{s_1 - s_3}\right) - \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_3^2}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_4}{s_1 - s_4}\right)$$

$$\Delta_b = \left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_3^3}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_4}{s_1 - s_4}\right) - \left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_4^3}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_3}{s_1 - s_3}\right)$$

Výpočet parametrov prenosovej funkcie

$$\Delta = \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_4^2}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_3^3}{s_1 - s_3}\right) - \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_3^2}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_4^3}{s_1 - s_4}\right)$$

$$\Delta_a = \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_4^2}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_3}{s_1 - s_3}\right) - \left(\frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^2 - s_3^2}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_4}{s_1 - s_4}\right)$$

$$\Delta_b = \left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_3^3}{s_1 - s_3}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_4}{s_1 - s_4}\right) - \left(\frac{s_1^3 - s_2^3}{s_1 - s_2} - \frac{s_1^3 - s_4^3}{s_1 - s_4}\right)\left(\frac{S_1 - S_2}{s_1 - s_2} - \frac{S_1 - S_3}{s_1 - s_3}\right)$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}; \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta};$$

$$c = \frac{1}{s_1 - s_4}\left[S_1 - S_4 - a\left(s_1^3 - s_4^3\right) - b\left(s_1^2 - s_4^2\right)\right];$$

$$d = S_1 - as_1^3 - bs_1^2 - cs_1$$

Martin Muller: h) Vypocet linearnej approx. [3.] 25

Aproximácia

- Je znázornenie/akceptovanie hodnôt ktoré nie sú úplne presné ale sú natoľko blízko ku skutočným hodnotám že môžu byť použité pri výpočte

- Využíva sa vtedy keď chýbajúce informácie znemožňujú získanie presného výsledku, sú akceptované aj hodnoty s jemnou odchýlkou

- Poskytuje pomerne presné riešenie a znižuje zložitosť daného problému

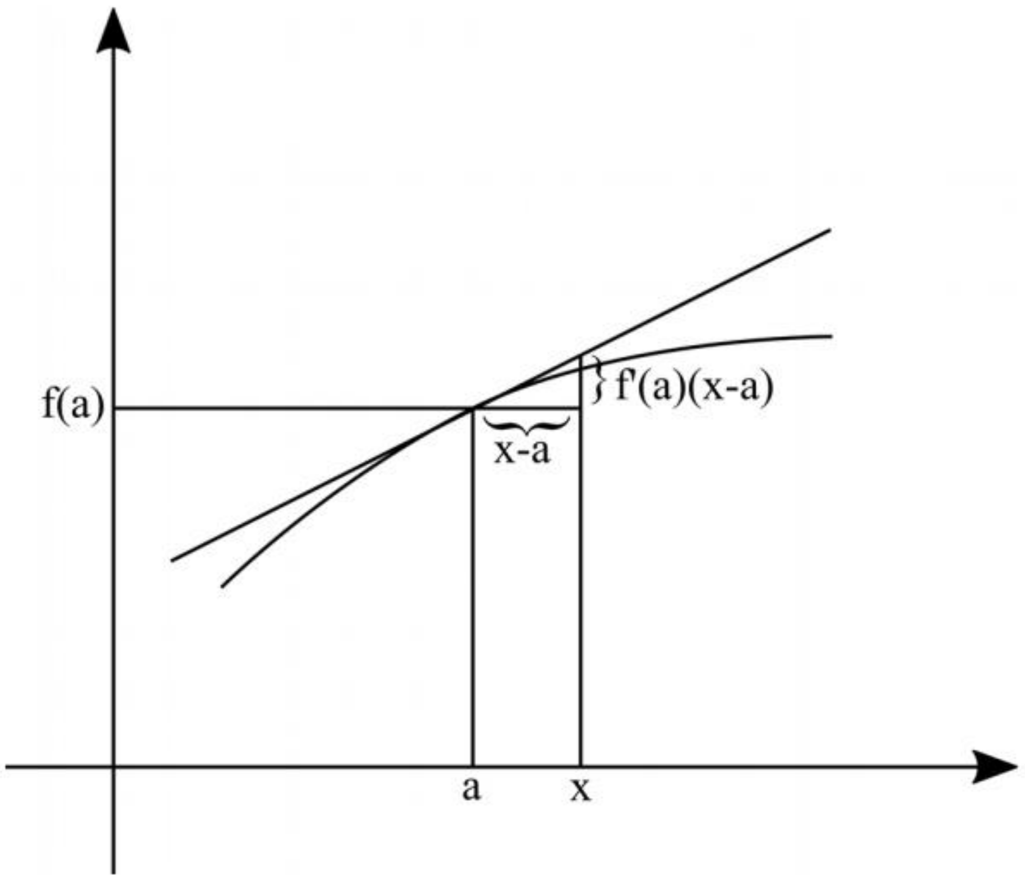
Lineárna aproximácia

Poznáme hodnotu funkcia f(x) a jej deriváciu v bode a.

Túto funkciu chceme nahradiť dotyčnicou ktorá má smernicu f’(a).

Na jednotku dĺžky v smere osi x stúpne priamka o $f\,'(a)$

Keď sa teda posunieme o dĺžku $x-a$, priamka stúpne o $f\,'(a)(x-a)$.
Hodnota hľadanej lineárnej funkcie v bode x bude teda $y=f(a)+f\,'(a)(x-a)$.



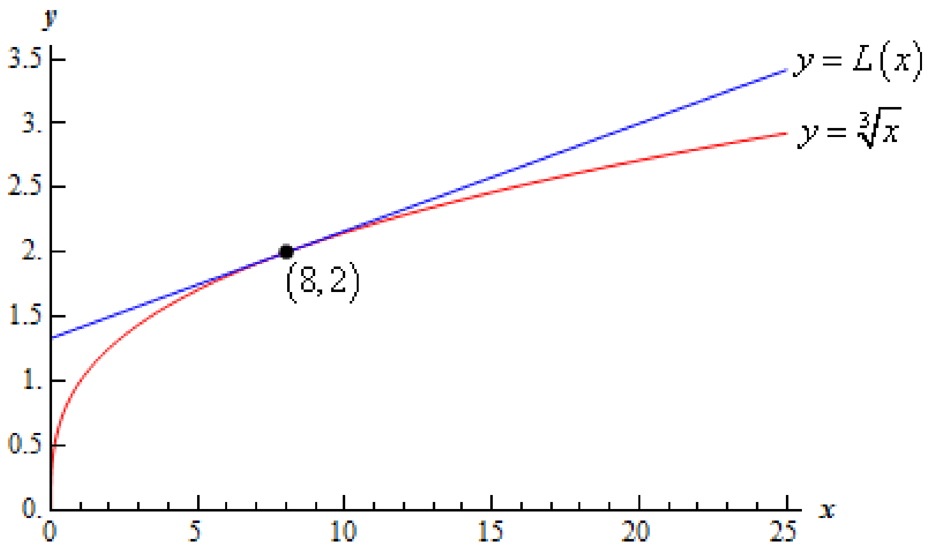
Príklad

- Treba určiť lin. aprox pre funkciu: f (x) = $\sqrt[3]{X}$ pre x = 8.
- $f'(x) = \frac{1}{3} * x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3 * \sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3 * \sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{12}$
- f(x) = f(8) = $\sqrt[3]{8}$ = 2

Lin. aprox: $y = f(a) + f'(a)(x - a) = 2 + \frac{1}{12} * (8.05 - 8) =$

y(8.05) = 2.00416667

- Priamy výpočet : $\sqrt[3]{8.05} = 2.00415802$



Adam Šćevko: k) Vypocet Linear PWL approx [3.] 26-28

lineárna aproximácia po častiach

Výpočet pwl aproximácie

- Pri tomto výpočte najskôr určíme rozsah výstupného signálu, koncových bodov

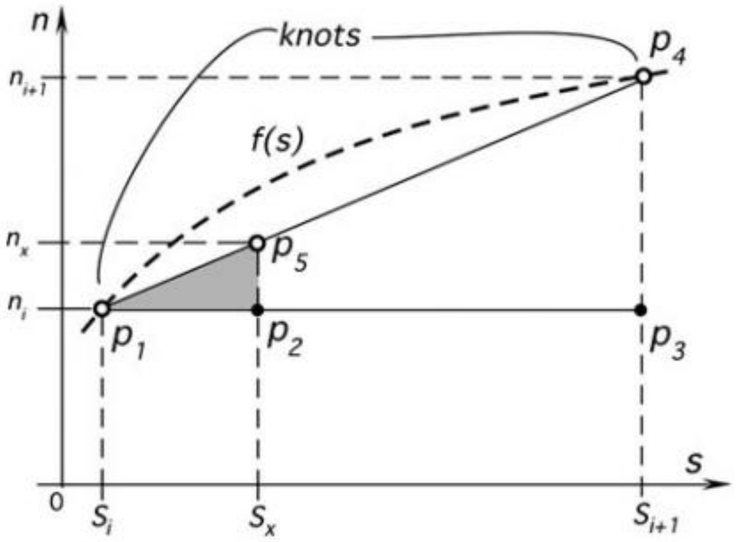
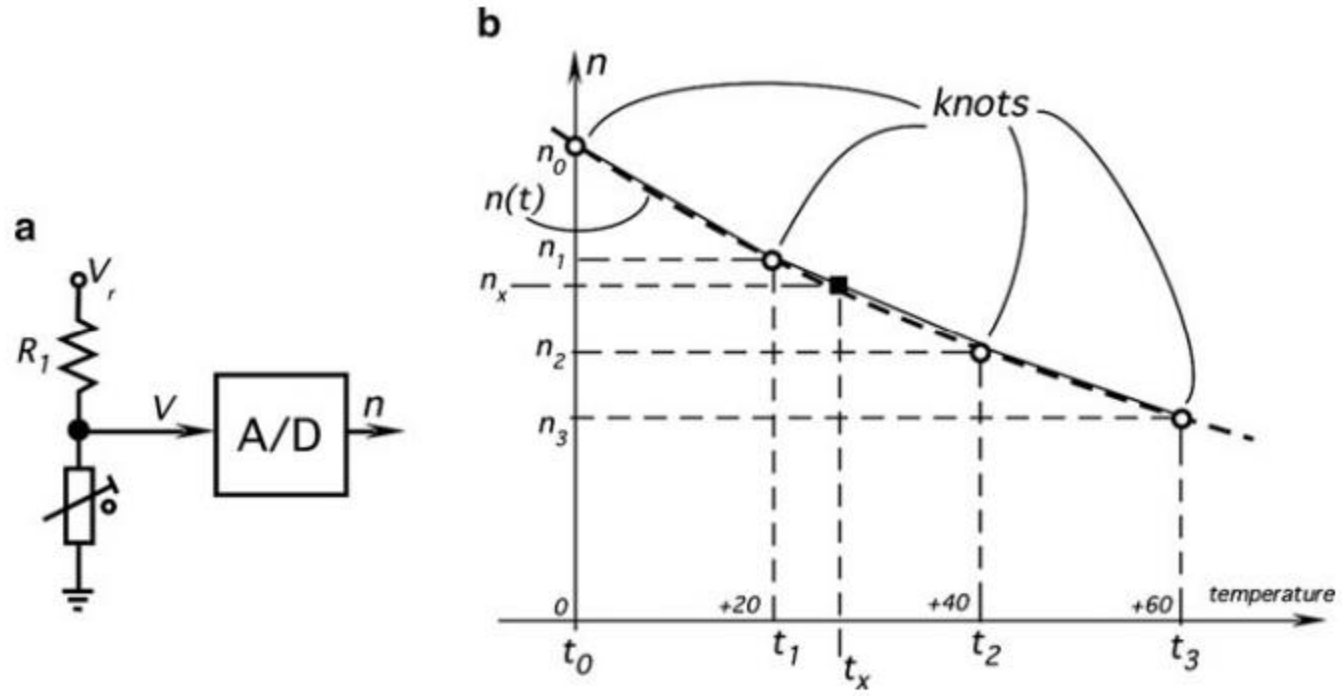


Fig. 2.6 Computation of stimulus from linear piecewise approximation

$$s_x = s_i + \frac{n_x - n_i}{n_{i+1} - n_i}(s_{i+1} - s_i) \tag{2.20}$$

Výpočet pwl aproximácie

- Porovnanie plne funkčného modelu prevodovej funkcie s PWL aproximáciou



$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1}-T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1}-T_0^{-1})}}, \tag{2.21}$$

$$T_x = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{n_x}{N_0 - n_x}\frac{R_1}{R_0}\right)\right)^{-1} \tag{2.22}$$

Výpočet pwl aproximácie

Table 2.2 Look-up table of knots for computation of temperature

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60

$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}, \qquad (2.21)$$

- Kalibrácia senzoru; sensor plne charakterizovaný
- Predpokladajme, že použitý pull-up rezistor má 10,00 k Ω
- Vybrané teploty, resp. vnútorné body charakteristiky sú 20°C a 40°C
- Konštanty R_0 a β sú vypočítané pomocou vzťahu 2.21

$$R_0 = 8.350\ \mathrm{k\Omega} \text{ and } \beta = 3{,}895\ \mathrm{K}.$$

Výpočet pwl aproximácie

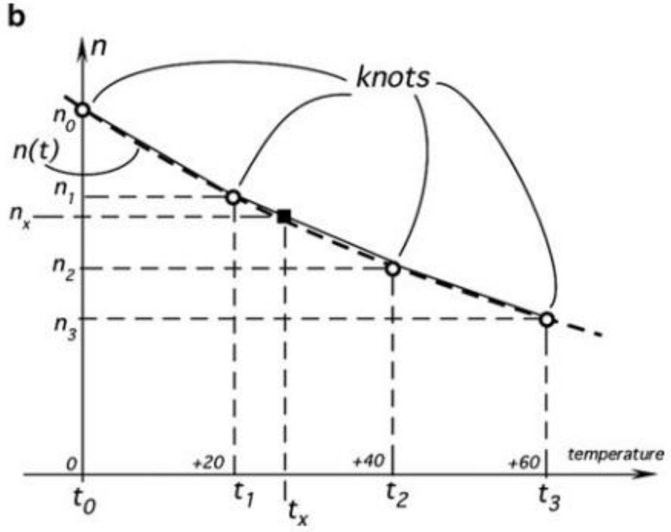
- Odčítanie teploty, ktorá zodpovedá hodnote A/D prevodníka počas prevádzky
- PWL aproximácia ⇔ zjednodušenie pre procesor

$$T_x = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{n_x}{N_0 - n_x}\frac{R_1}{R_0}\right)\right)^{-1} \quad (2.22)$$

$$t_x = t_1 + \frac{n_x - n_1}{n_2 - n_i}(t_2 - t_1) = 20 + \frac{1505 - 1863}{1078 - 1863}(40 - 20) = 29.12 \quad (2.23)$$

Table 2.2 Look-up table of knots for computation of temperature

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60



- Nameraná hodnota n_x = 1505 => t_x = 28,22°C
- Hodnota teploty t_x vypočítaná podľa vzťahu 2.22

Výpočet lineárnej aproximácie

Szilárd Tamás

- Kvôli náhodným chybám pri kalibrácii => MNŠ
- Lin. Regresia: $S = A + Bs$
- Meranie k výstupov (S) pre k vstupov (s), ideálne pre celé rozpätie
- Neznáme konštanty lineárnej regresie A, B určíme podľa nasledovných vzorcov:
- $A = \frac{\sum S \sum s^2 - \sum s \sum sS}{k \sum s^2 - (\sum s)^2}$
- $B = \frac{k \sum sS - \sum s \sum S}{k \sum s^2 - (\sum s)^2}$

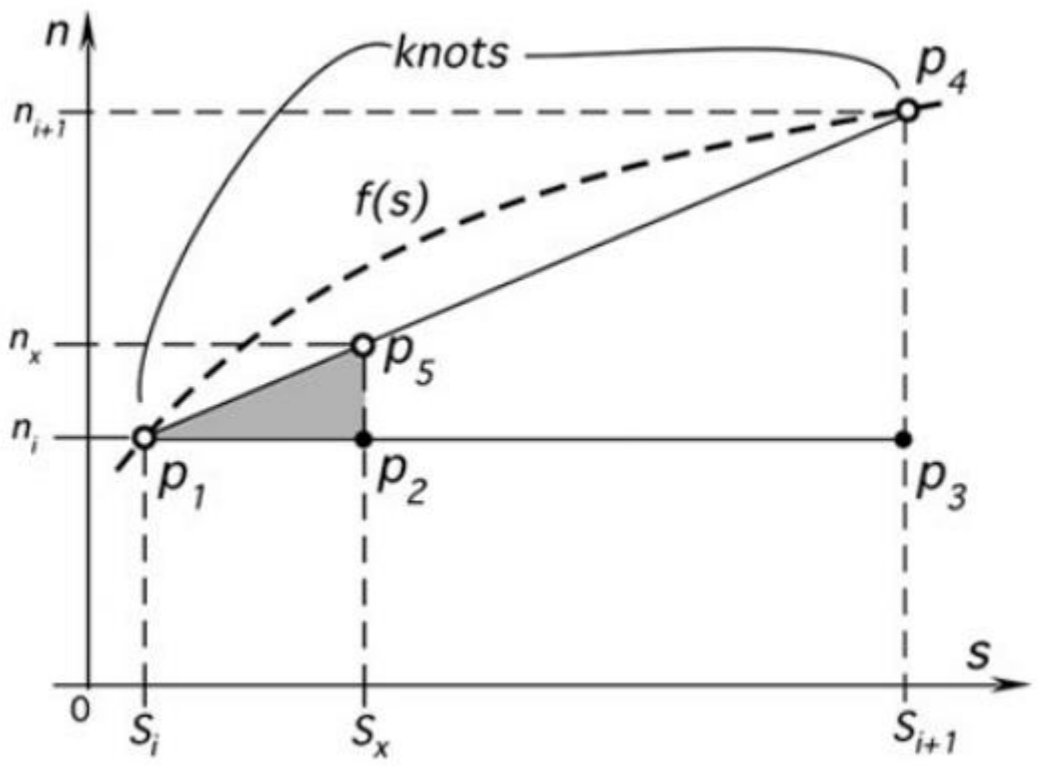
MNŠ

- Regresná analýza - procedúra ako nájsť aproximáciu vstupno-výstupnej závislosti
- základná metóda - najmenších štvorcov (MNŠ)
- Pre nameranú závislosť hľadáme aproximáciu: *y = f(x)* tak, aby sme minimalizovali kritérium -súčet kvadrátov odchýliek nameraných hodnôt od regresnej náhrady *f(x)*:
- $E = \sum_{i=1}^{k} [y_i - f(x_i)]^2 \rightarrow min$
- y_i - merané údaje
- $f(x_i)$ – modelované (hľadané) údaje

Oliver Lachkovič

Computation from Linear Piecewise Approximation

(Počítanie pomocou lineárnej aproximácie po častiach)



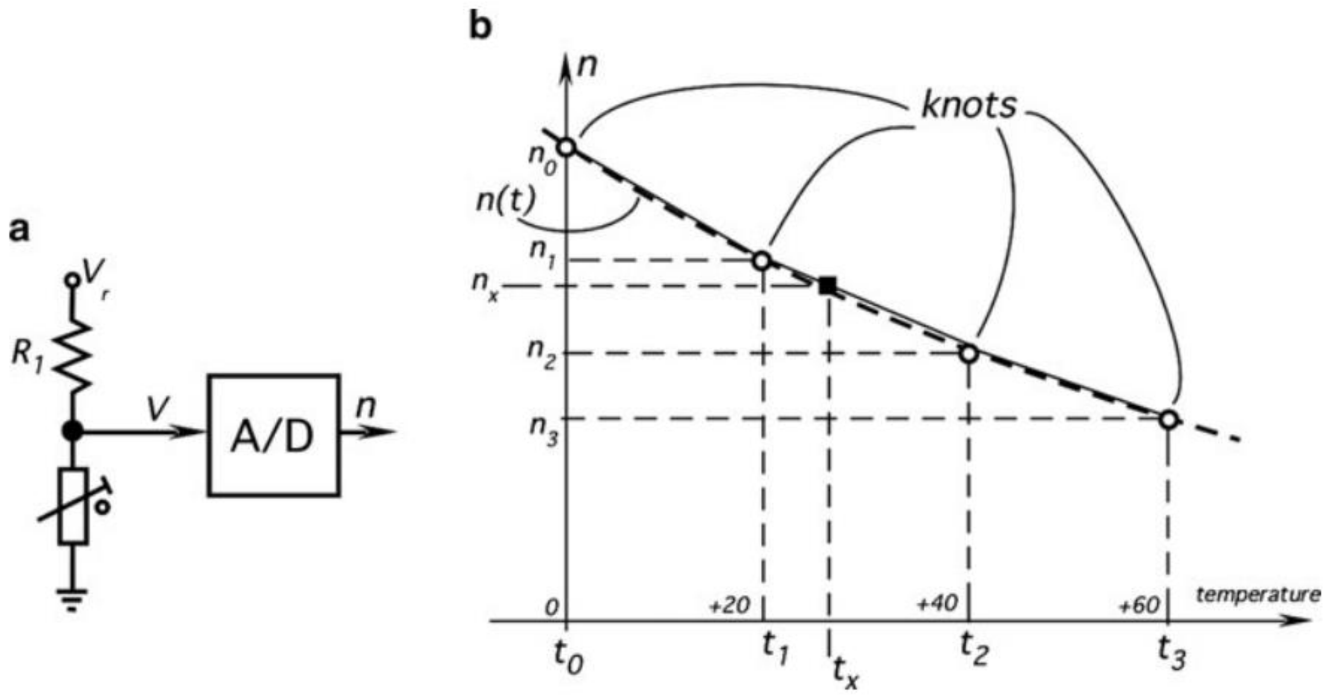
(2.6)

$$s_x = s_i + \frac{n_x - n_i}{n_{i+1} - n_i}(s_{i+1} - s_i)$$

(2.20)

Knot	0	1	2	...	i	...	k
Output	n_0	n_1	n_2	...	n_i	...	n_k
Input	s_0	s_1	s_2	...	s_i	...	s_k

(2.1)



(2.7)

$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1}-T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1}-T_0^{-1})}},$$

(2.21)

$$T_x = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{n_x}{N_0 - n_x}\frac{R_1}{R_0}\right)\right)^{-1}$$

(2.22)

$$t_x = t_1 + \frac{n_x - n_1}{n_2 - n_i}(t_2 - t_1) = 20 + \frac{1505 - 1863}{1078 - 1863}(40 - 20) = 29.12$$

(2.23)

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60

(2.2)

Newtonova metóda pre počítanie stimulu/vstupu iteračnou metódou

Enriko Kysela

Prevodová charakteristika je vyjadrená ako S = f(s)
Ak ju vyjadríme spôsobom S – f(s) = 0, tak je možné stimul/vstup „s“ tejto zvyčajne nelineárnej funkcie vypočítať iteračnou metódou.
(v tomto prípade Newton-Raphson)
Výhodou je, že nemusíme poznať inverznú funkciu.

Metóda je založená na prvotnom odhade počiatočnej hodnoty s = s0.
Potom je aplikovaná Newtonova metóda, ktorou sa vypočítavajú nové hodnoty s, až kým iteračný proces neskonverguje k finálnemu riešeniu, kedy je odchýlka menšia ako požadovaná presnosť. Tým je získaná hodnota „s“ z pôvodnej rovnice.

Výpočet pomocou Newtonovej metódy:

$$s_{i+1} = s_i - \frac{f(s_i) - S}{f'(s_i)}$$

kde i označuje hodnotu s pri i-tej iterácii
$f'(s_i)$ je prvá derivácie prevodovej funkcie

Newtonova metóda pre počítanie stimulu iteračnou metódou

Príklad výpočtu

Máme prevodovú funkciu v tvare polynómu 3. rádu

$$f(s) = as^3 + bs^2 + cs + d$$

Koeficienty sú: a=1.5, b=5, c=25, d=1
Použijeme Newtonovu metódu:

$$s_{i+1} = s_i - \frac{as_i^3 + bs_i^2 + cs_i + d - S}{3as_i^2 + 2bs_i + c} = \frac{2as_i^3 + bs_i^2 - d + S}{3as_i^2 + 2bs_i + c}$$

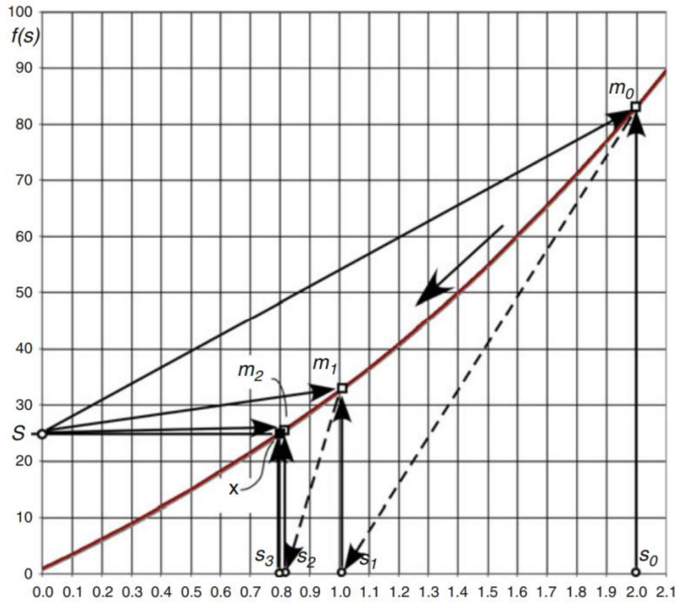
Al, napríklad odozva senzora je 22 a počiatočný odhad s=2, tak výpočet vyzerá takto:

$$s_1 = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 - 1 + 22}{3 \cdot 1.5 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5 \cdot 2 + 25} = 1.032$$

$$s_2 = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 1.032^3 + 5 \cdot 1.032^2 - 1 + 22}{3 \cdot 1.5 \cdot 1.032^2 + 2 \cdot 5 \cdot 1.032 + 25} = 0.738$$

$$s_3 = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 0.738^3 + 5 \cdot 0.738^2 - 1 + 22}{3 \cdot 1.5 \cdot 0.738^2 + 2 \cdot 5 \cdot 0.738 + 25} = 0.716$$

$$s_4 = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 0.716^3 + 5 \cdot 0.716^2 - 1 + 22}{3 \cdot 1.5 \cdot 0.716^2 + 2 \cdot 5 \cdot 0.716 + 25} = 0.716$$



Newtonova metóda pre počítanie stimulu iteračnou metódou

Vidno, že po pár iteráciách bola zmena „s“ veľmi malá.
Po 4 iteráciách bola vypočítaná hodnota vstupu s = 0.716
Pre kontrolu môžeme dosadiť vypočítanú vstupnú hodnotu s do prevodovej funkcie senzora:

$$f(s) = as^3 + bs^2 + cs + d$$

$$f(s) = 1.5 * 0.716^3 + 5 * 0.716^2 + 25 * 0.716 + 1 = 22.014$$

22.014 je o 0.06% rozdielna hodnota ako pôvodne nameraných 22, čo stále vyhovuje z hľadiska uvažovanej nepresnosti senzora.

Newtonova metóda teda môže byť použitá, ak poznáme prevodovú funkciu senzora, no nepoznáme jeho inverznú funkciu a chceme vypočítať, pri akej vstupnej hodnote bude výstup senzoru na uvažovanej hodnote.

Nevýhoda
Newtonova metóda neposkytuje také presné výpočty vtedy, ak je senzitivita senzora v danej oblasti príliš malá, teda sa nemení výstupná hodnota a tým je 1. derivácia v danej oblasti veľmi malá.