

# Charakteristiky senzorov

Prednáška MISA č. 3

3. 3. 2020

**Columna 1** by JacktheFlipper-de

<https://www.deviantart.com/jacktheflipper-de/art/Columna-1-Waterdrop-Studio-398431238>



Erik Lampert a Matúš Bariak: Transfer function [3.], s. 13-15

# Prenosová funkcia = Prevodová charakteristika

- Pre každý senzor existuje ideálny alebo teoretický vzťah medzi výstupom a impulzom
- Ideálna funkcia môže byť uvedená vo forme tabuľky, grafu alebo rovnice
- Prenosová funkcia určuje závislosť medzi elektrickým signálom  $S$  a impulzom  $s$ :  $S = f(s)$
- V mnohých prípadoch je tento vzťah jednorozmerný charakterizovaný
$$S = a + bs$$
- Kde  $a$  je priesečník t.j. výstupný signál pri nulovom vstupnom signále a  $b$  je sklon(citlivosť)
- $S$  je jednou z charakteristík výstupu, môže byť amplitúda, frekvencia alebo fáza v závislosti od vlastností snímača

# Prenosová funkcia

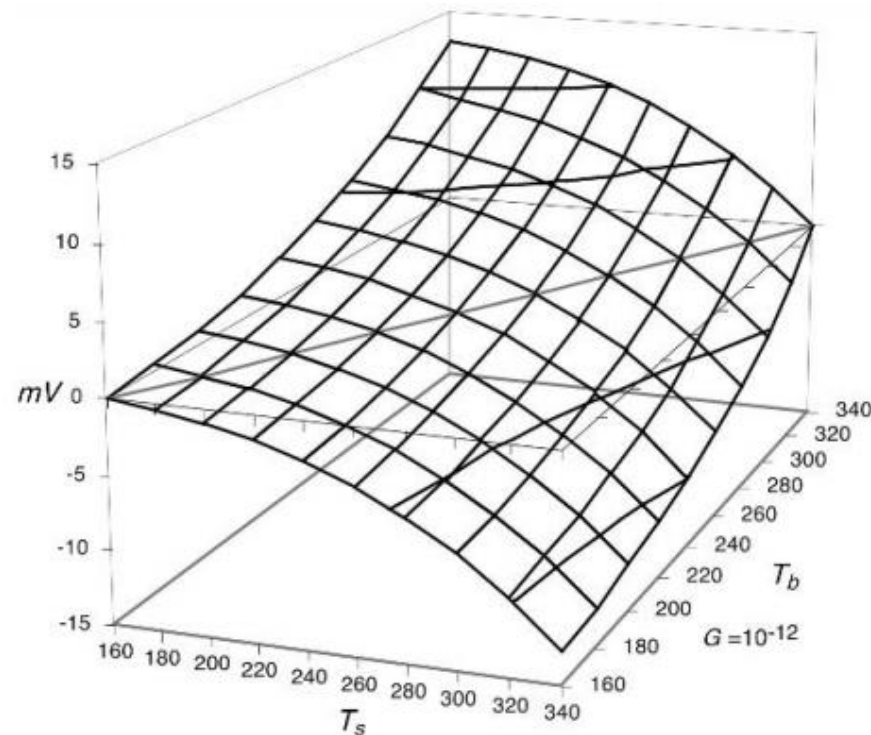
- Logaritmická funkcia:  $S = a + b \ln s$
- Exponenciálna funkcia:  $S = ae^{ks}$
- Výkonová funkcia:  $S = a_0 + a_1 s^k$
- Kde  $k$  je konštanta, senzor môže mať takú prenosovú funkciu, že žiadna z vyššie uvedených aproximácií nevyhovuje, vtom prípade je použitá polynomiálna aproximácia vyššieho rádu
- Pre nelineárnu prenosovú funkciu citlivosť  $b$  nie je fixné číslo, definované je ako: 
$$b = \frac{dS(s_0)}{ds}$$

# Prenosová funkcia

- V mnohých prípadoch môže byť nelineárny snímač považovaný za lineárny v obmedzenom rozsahu, nazýva sa to aproximácia po častiach
- Prenosová funkcia môže byť viacrozmerná keď je výstup senzoru ovplyvnený viac ako jedným vstupom, napríklad infračervený snímač
- Funkcia spája dve teploty  $T_b$  absolútnu teplotu meraného objektu a  $T_s$  absolútnu teplotu povrchu senzoru a výstup vo Voltoch  $V = G(T_b^4 - T_s^4)$  kde  $G$  je konštanta
- Pre definovanie citlivosti senzoru použijeme vzťah:  $b = \frac{\partial V}{\partial T_b} = 4GT_b^3$

# Prenosová funkcia

- Grafické znázornenie dvojrozsmernej prenosovej funkcie
- Podľa grafu môžeme vidieť že hodnotu výstupného napätia môžeme jednoznačne určiť z dvoch vstupných teplôt



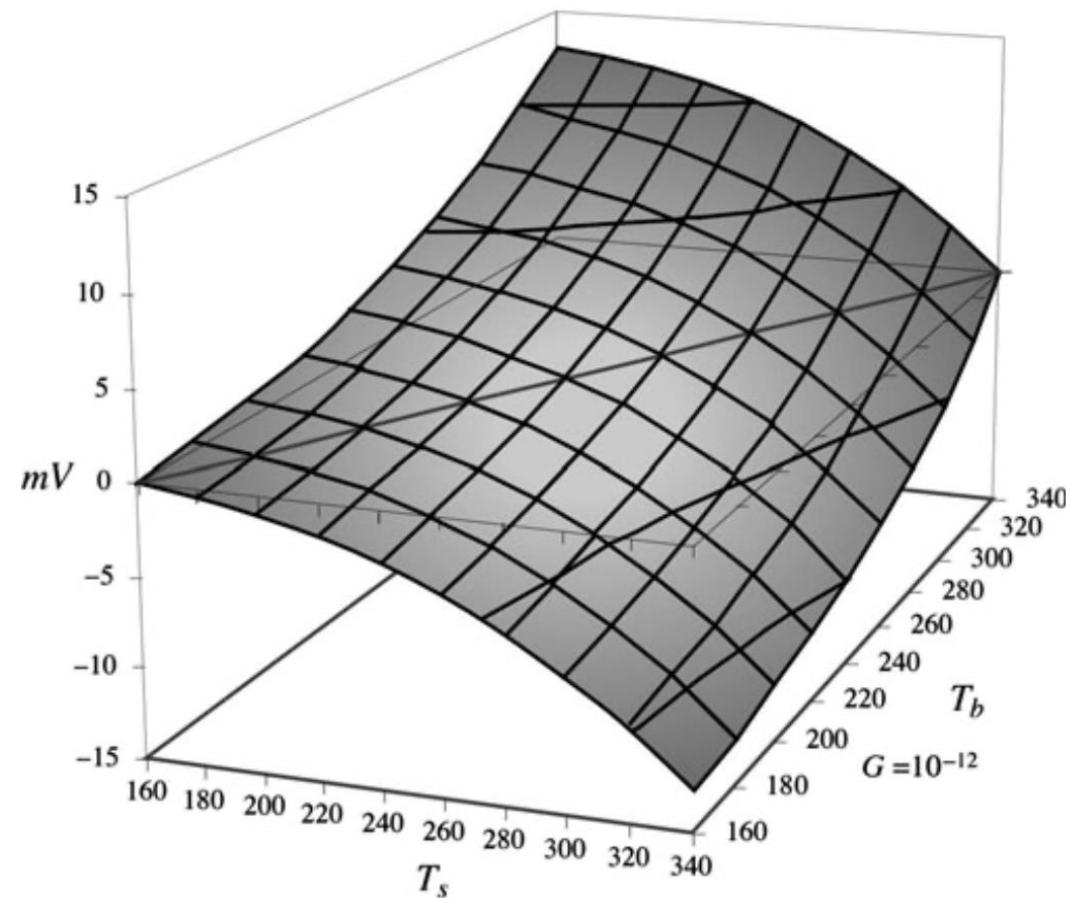
# Viacrozmerné prenosové funkcie

- Prenosová funkcia je viacrozmerná, ak výstup snímača závisí od viacerých vstupných stimulov
- Príkladom je prenosová funkcia snímača teplotného žiarenia.
- Výstup závisí od teploty meraného objektu  $T_b$  a od teploty na povrchu snímača  $T_s$ .

- $$V = G(T_b^4 - T_s^4)$$

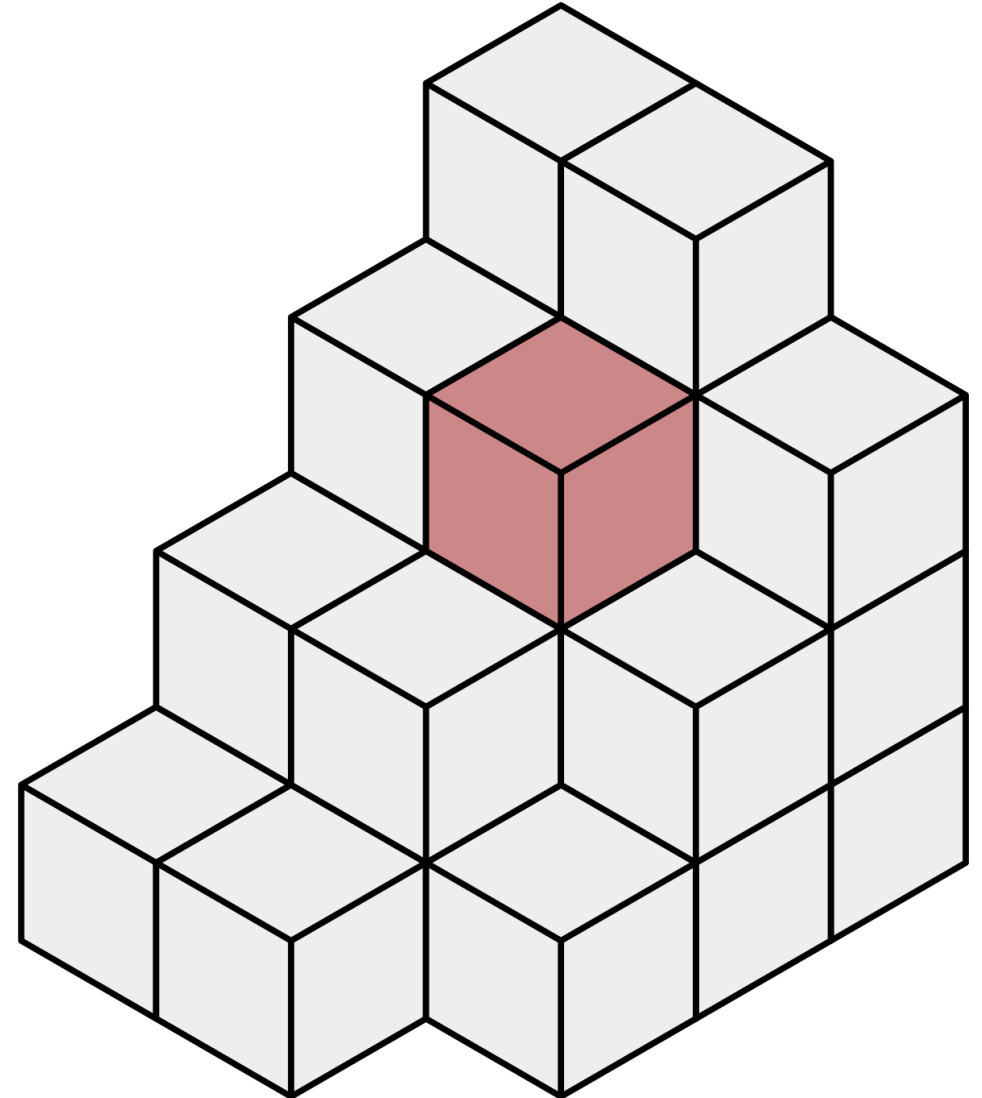
- Parabola 4-tého rádu

- $G$  - konštanta



# Viacrozmerne prenosové funkcie

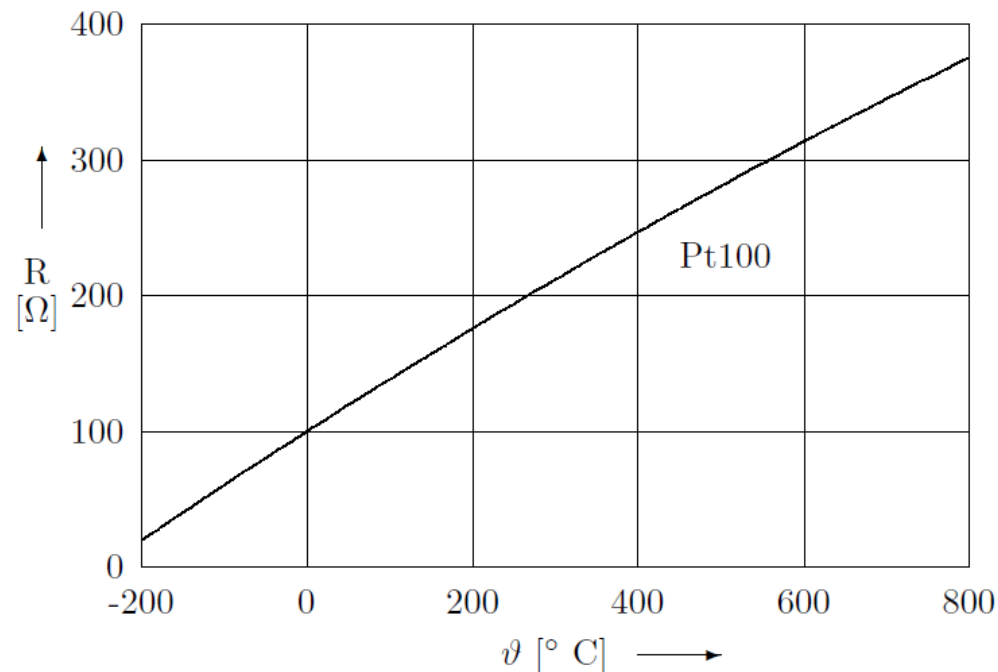
- Využitie??
- Image processing - mapovanie informácií voxelu na vlastnosti farby a priehľadnosti
- Voxel - analógia k pixelu, ktorý reprezentuje 2D grafiku
- Vektorová grafika, rendrovanie



# Prevodová charakteristika

- Transfer function (I/O characteristics)
- Zadaná
  - Grafom
  - Tabuľkou
  - Funkciou

- **Matematický model**



Obr. 33: Prevodová charakteristika Pt100.

$\vartheta$ [°C]	-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
R [Ω]	98,04	100,000	101,953	103,903	105,849	107,793	109,735	111,673	113,608	115,541	117,470
$\vartheta$ [°C]	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
R [Ω]	119,397	121,321	123,242	125,160	127,075	128,987	130,897	132,803	134,707	136,608	138,505

Tabuľka 3: Hodnoty odporu pre snímač Pt 100 (IEC 751).

Závislosť odporu Pt 100 na teplote nie je lineárna a dá sa v rozsahu 0 – 850 °C popísať polynómom

$$R(\vartheta) = R_0(1 + A.\vartheta + B.\vartheta^2)$$

kde  $R_0$  je odpor pri teplote 0 °C (t.j. 100 Ω),  $A$  a  $B$  sú materiálové konštanty:  $A = 3,9083 \cdot 10^{-3} \text{ °C}^{-1}$ ;  $B = -5,775 \cdot 10^{-7} \text{ °C}^{-2}$  (podľa IEC 751).



# Inverzná prevodová charakteristika

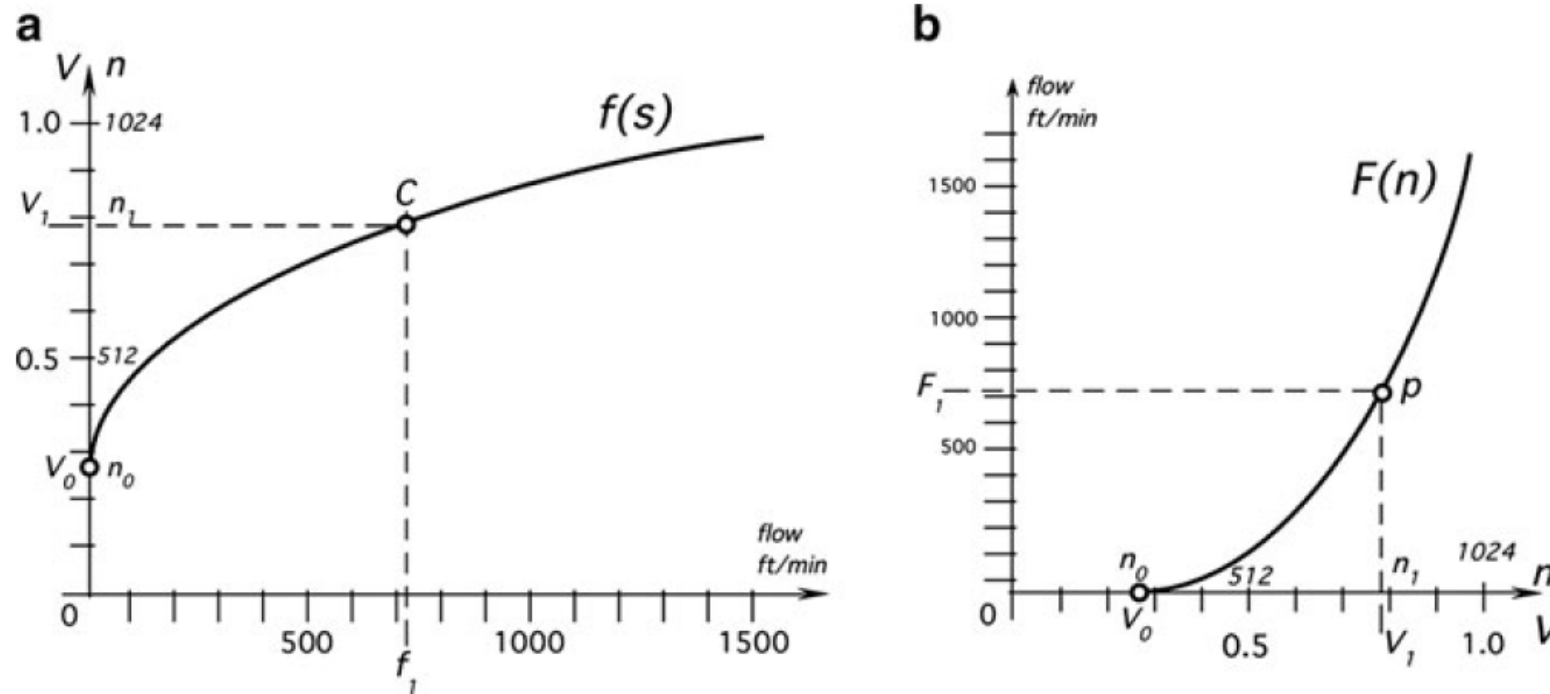
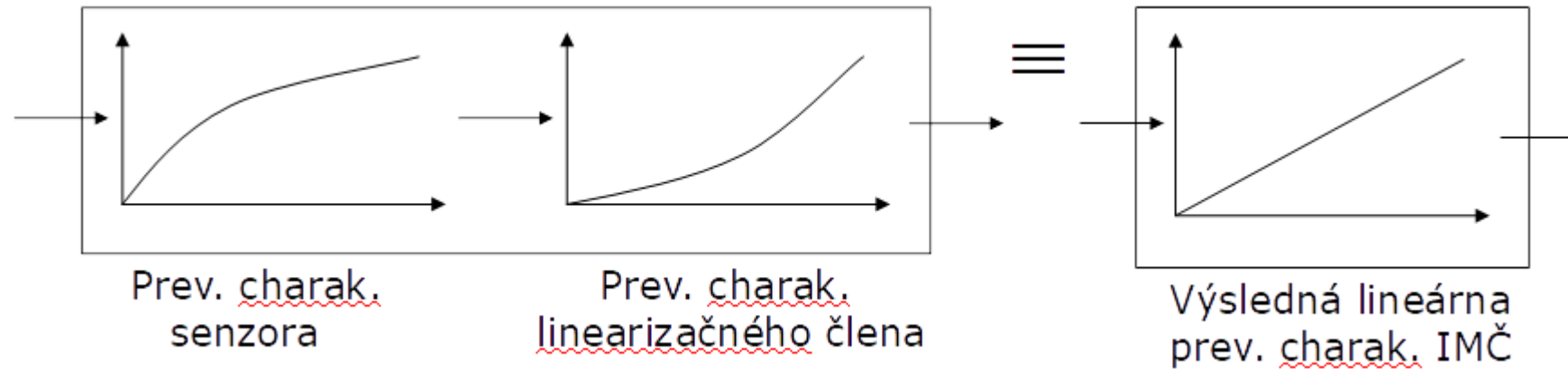
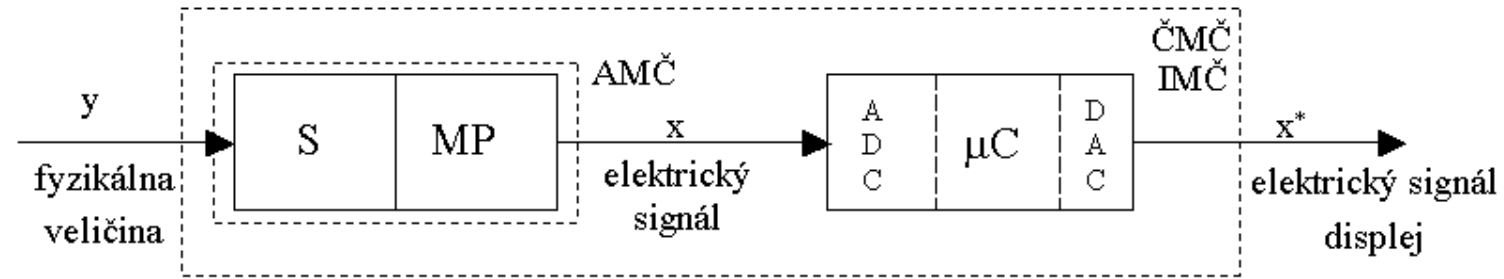
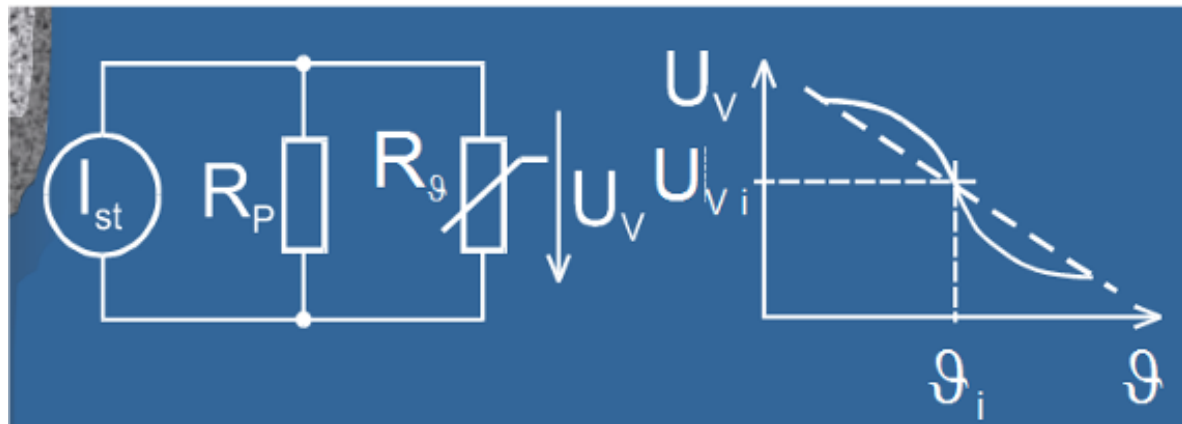


Fig. 2.1 Transfer function (a) and inverse transfer function (b) of a thermo-anemometer

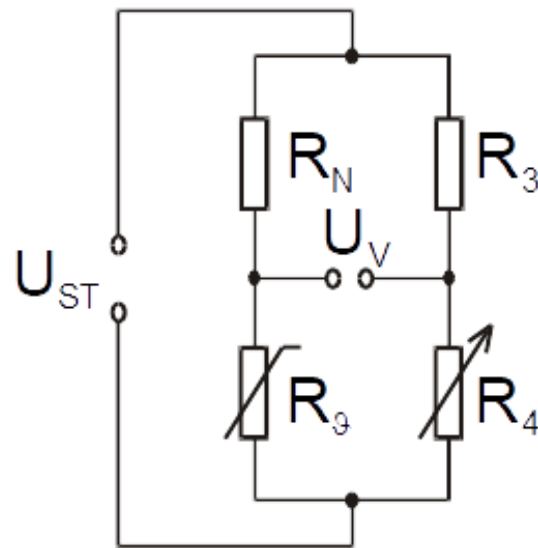
# Linearizácia prevodovej charakteristiky snímača



## Linearizácia paralelným zapojením



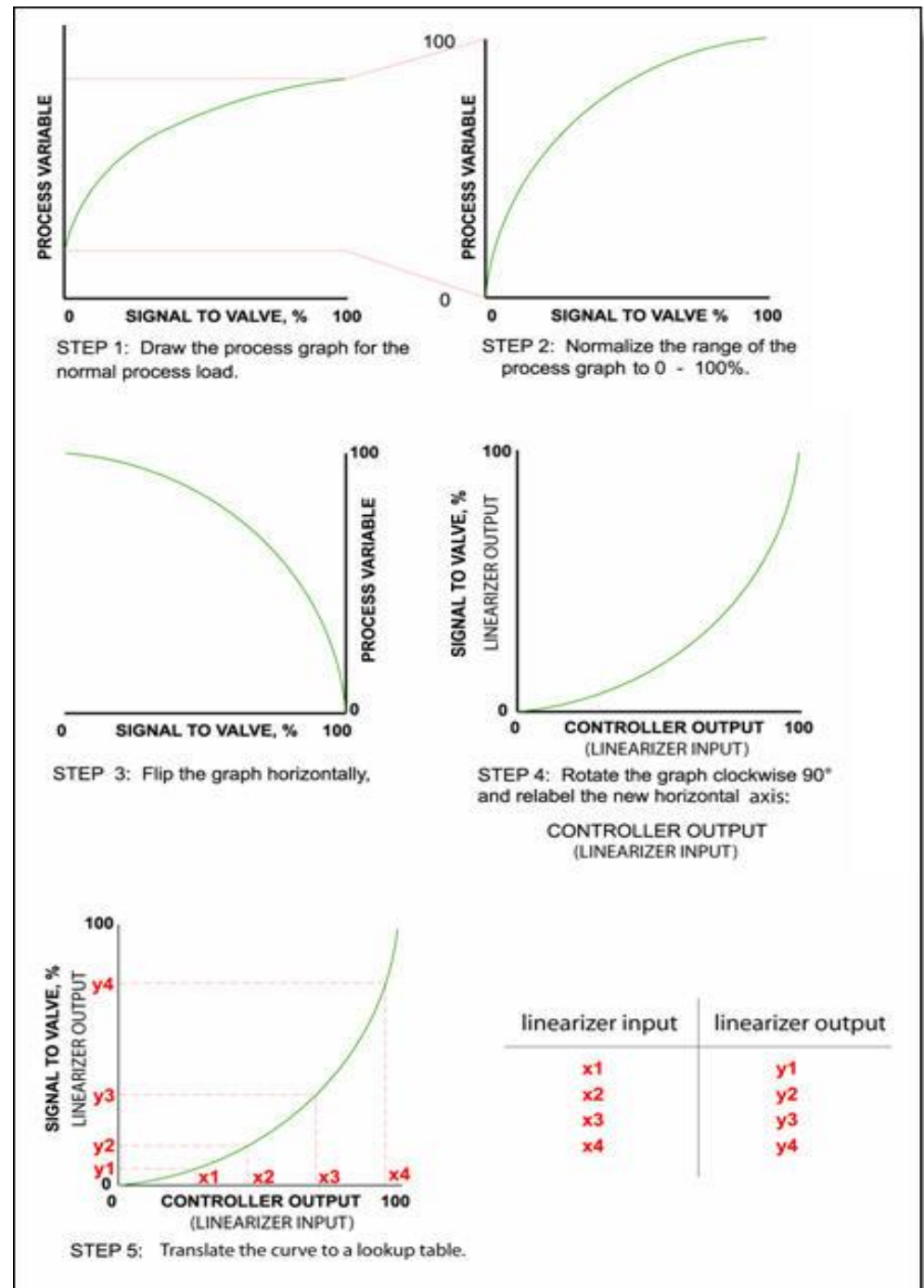
## Linearizácia sériovo- paralelným zapojením



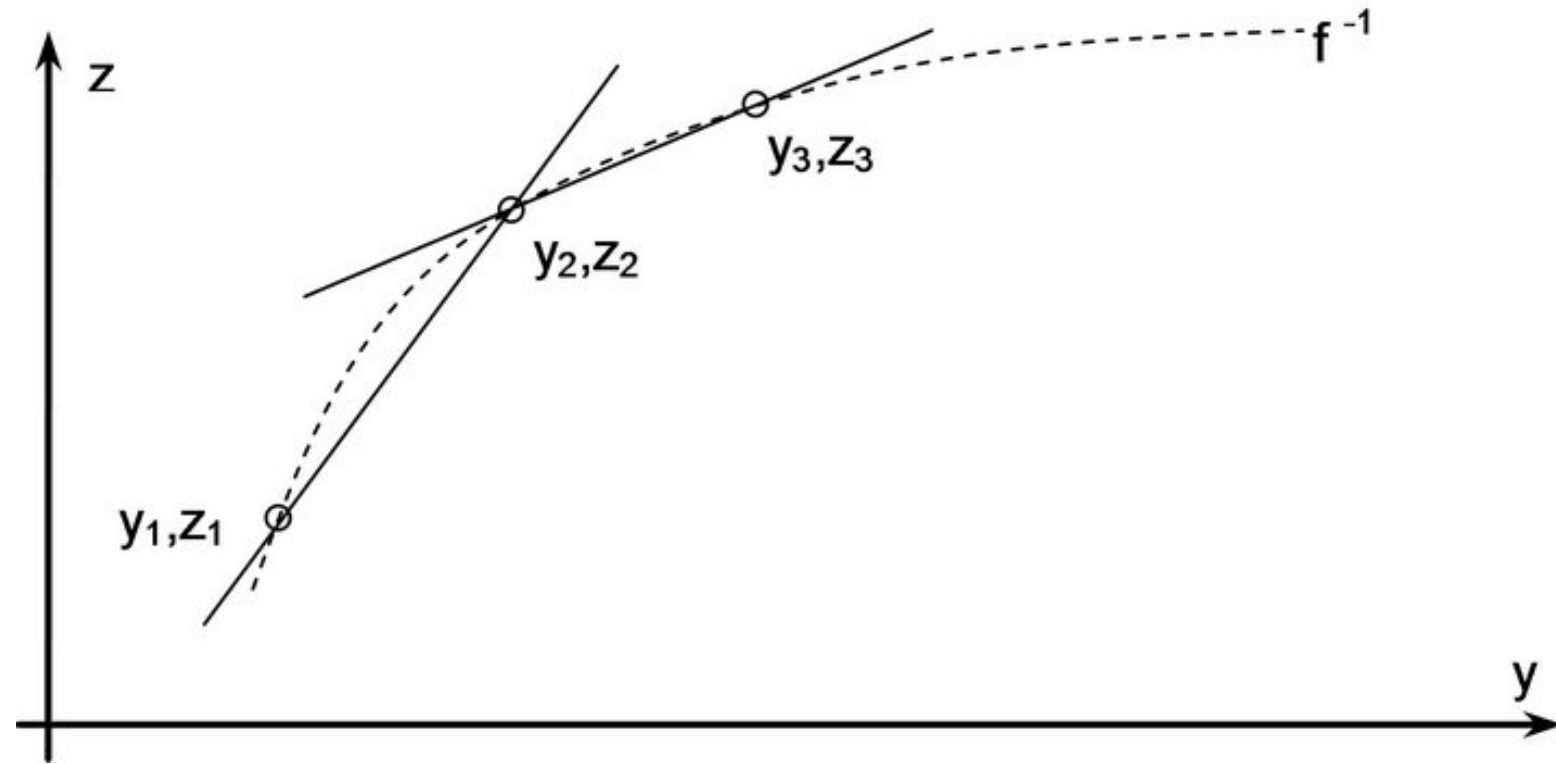
# Linearizácia tabuľkou

```
#include <avr/pgmspace.h>
```

```
const PROGMEM int table[] =  
{11,12,15,...};
```

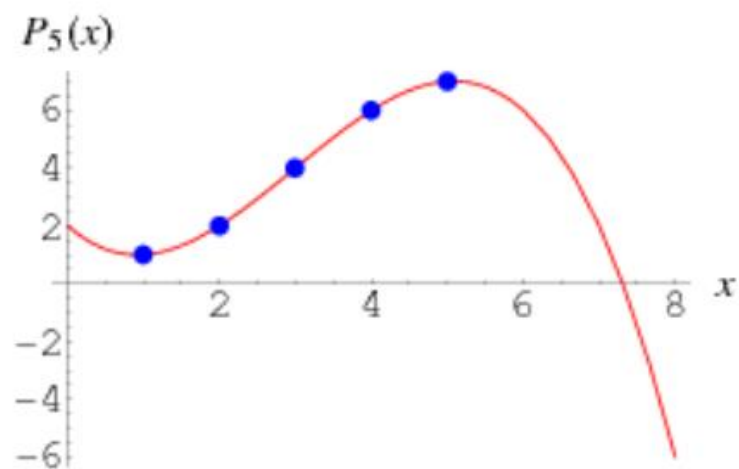
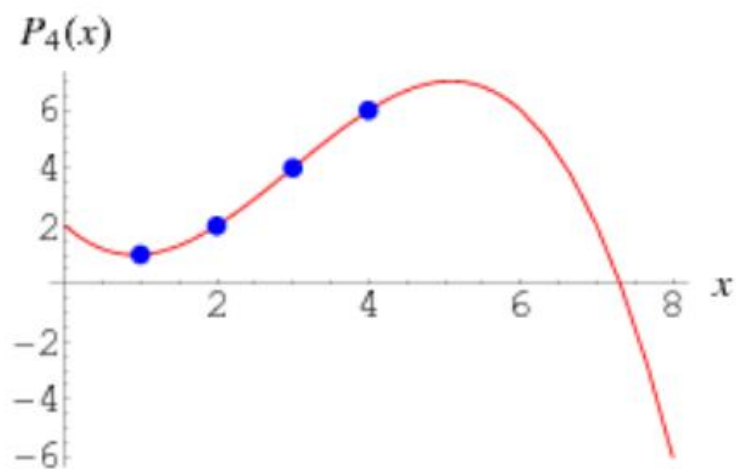
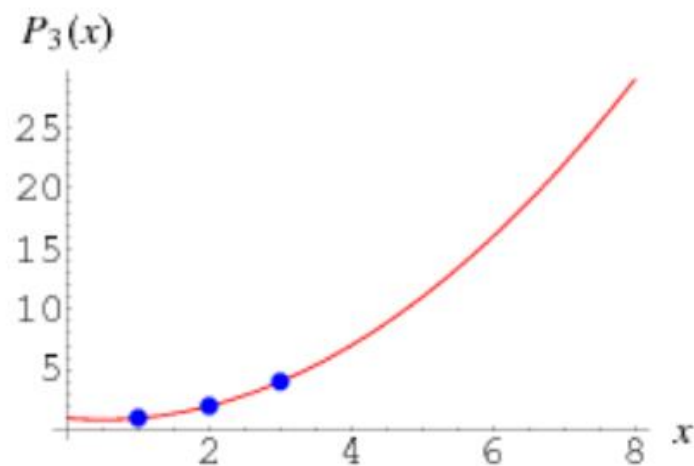
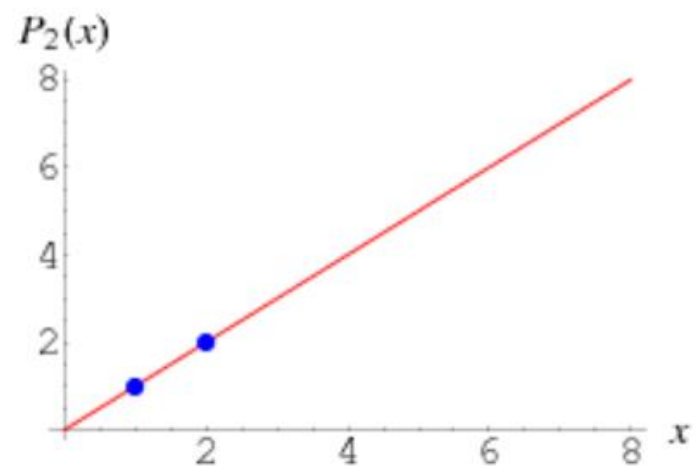


# Linearizácia po častiach lin.



```
if (adcValue > y1) && (adcValue <= y2)  
    z = k2 & adcValue + q2;
```

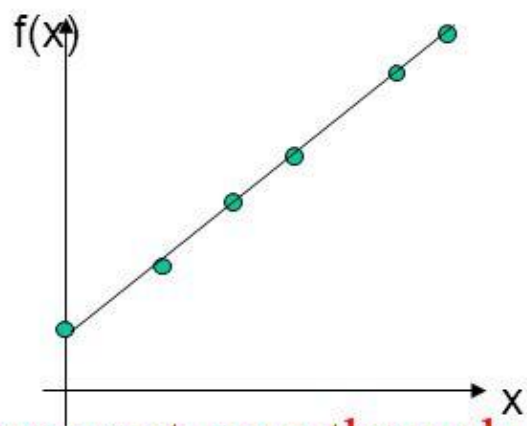
```
return(y)
```



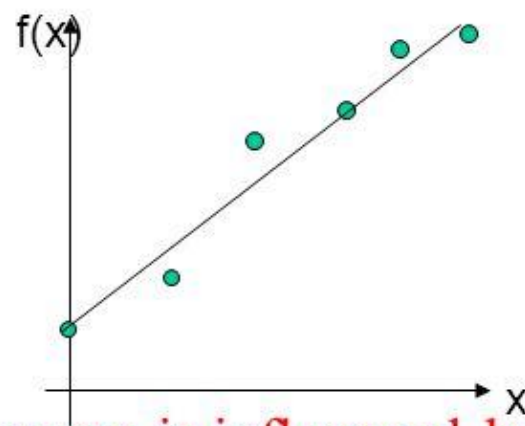
The Lagrange interpolating polynomial is the **polynomial**  $P(x)$  of degree  $\leq (n - 1)$  that passes through the  $n$  points  $(x_1, y_1 = f(x_1))$ ,  $(x_2, y_2 = f(x_2))$ , ...,  $(x_n, y_n = f(x_n))$ , and is given by

$$P(x) = \sum_{j=1}^n P_j(x),$$

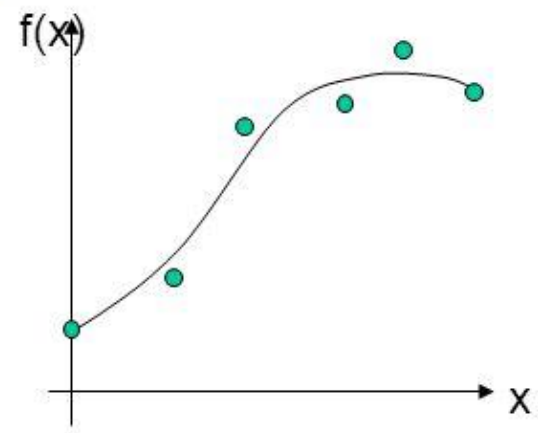
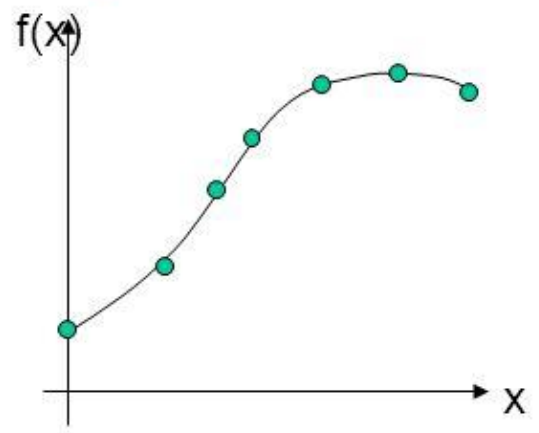
# Interpolation vs approximation



curve must pass through control points



curve is influenced by control points



# Functional Approximations

Marek Janas

- Linearna prechodova funkcia:  $S = A + Bs$
- $A$  – prerušenie,  $s$  – vstupný signál,  $B$  – senzitivita
- $S$  – výstupný signál, môže byť: amplitúda, fáza, frekvencia, modulovaný impulz alebo digitálny kód
- Nenulový vstup:  $S = S_0 + B(s - s_0)$



# Functional Approximations

- Logaritmická funkcia:  $S = A + B \ln s$

$$s = e^{\frac{S-A}{B}}$$

- Exponenciálna funkcia:  $S = Ae^{ks}$

$$s = \frac{1}{k} \ln \frac{S}{A}$$

- Mocninová funkcia:  $S = A + Bs^k$

$$s = \sqrt[k]{\frac{S-A}{B}}$$

# Nelineárne funkcie

Logarithmic function and the corresponding inverse function are respectively:

$$y = A + B \ln x \qquad x = e^{\frac{y-A}{B}}$$

Exponential function and its inverse are given by :

$$y = A e^{kx} \qquad x = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{A}$$

Power function and its inverse can be expressed as

$$y = A + B x^k \qquad x = \sqrt[k]{\frac{y-A}{B}}$$

where A, B are parameters and k is the power factor.

•Michal Podrouzek: b) Functional approximation [3.], s. 15-16

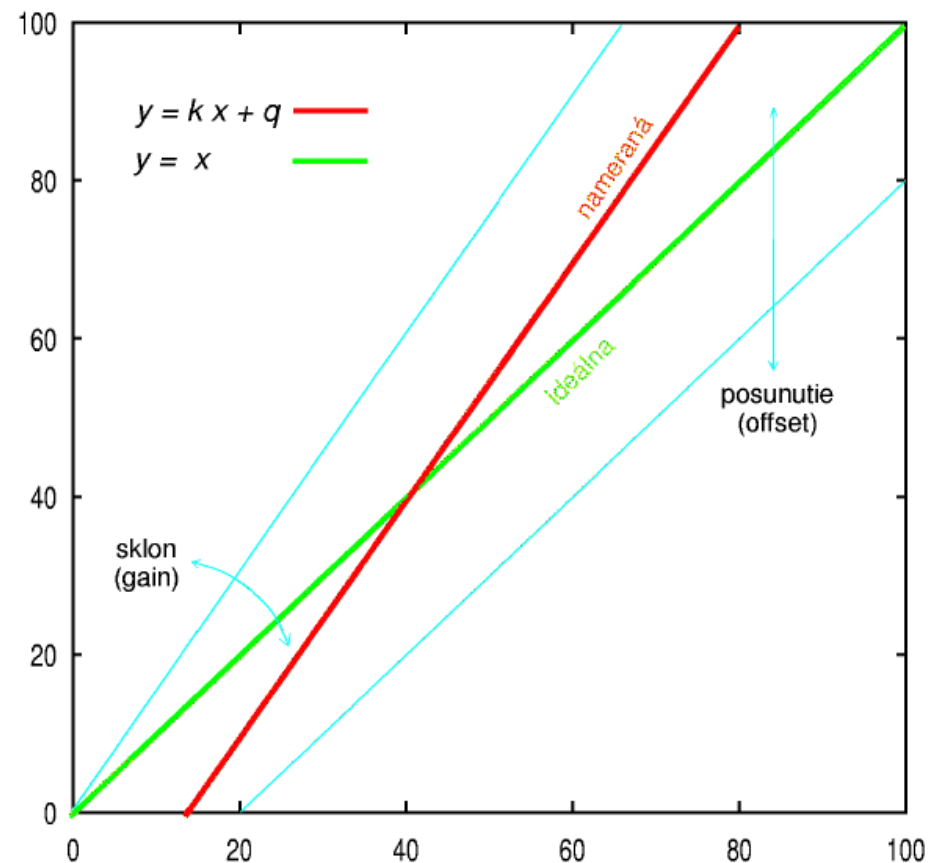
Jednoduchosť: **lineárna funkcia**

$$y = K \cdot x + q$$

Ak referenčný bod  $[x_0, y_0]$  nie je nula:

$$y = y_0 + K \cdot (x - x_0)$$

Nastavovanie K a q



Matej Hyčko: c) Polynomial approximation + sensitivity [3.], s. 16-18

# **Polynomiálna aproximácia a citlivosť**

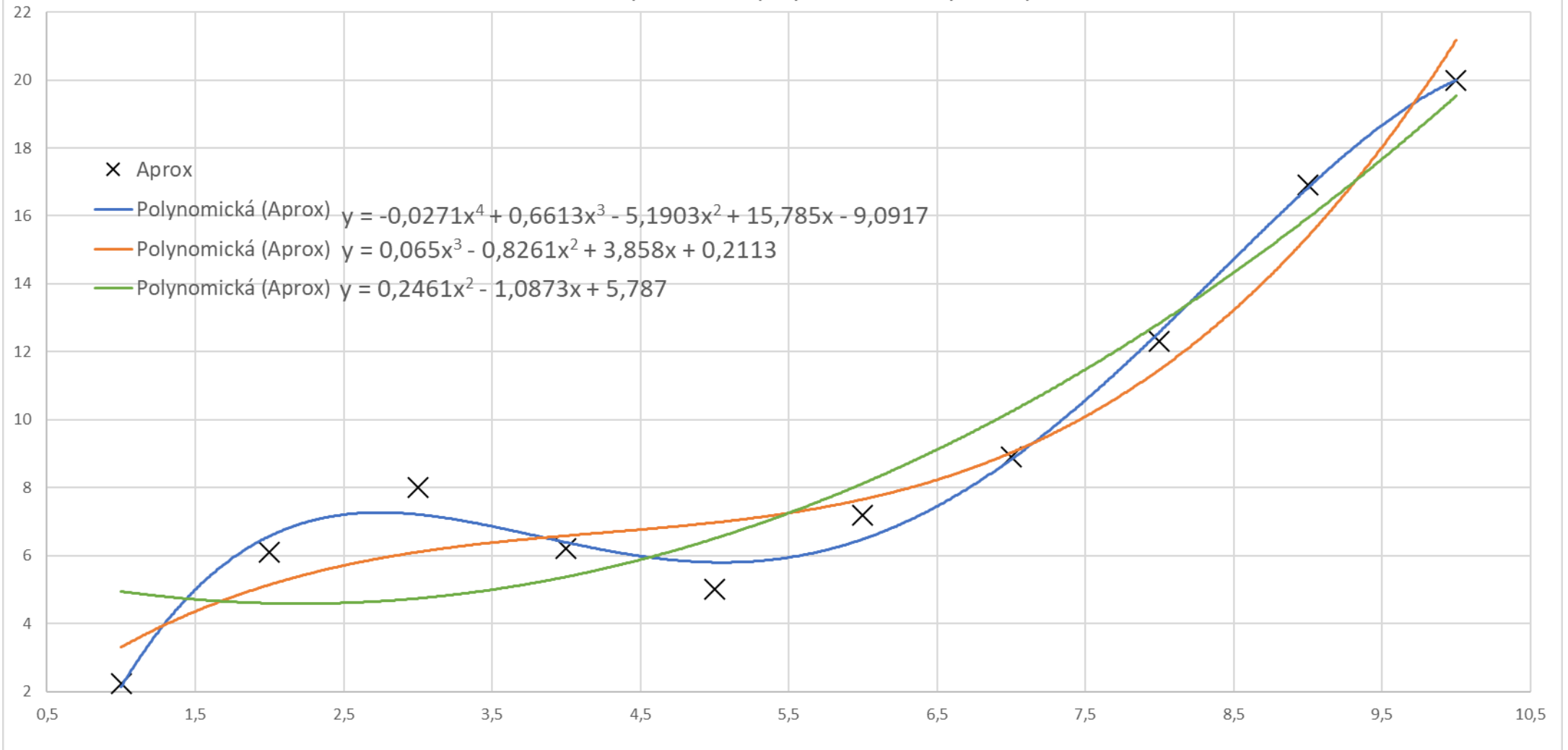
# Polynomiálna aproximácia

Aproximácia mnohočlennou rovnicou je vhodná vtedy, ak nelinearitu nevieme popísať presnou matematickou rovnicou.

Presnosť aproximácie vieme zvyšovať zvyšovaním stupňa polynómu.  
Niekedý vieme dosiahnuť veľkú presnosť aj s druhým stupňom.

Väčšinou sa aproximuje buď priamo prenosová fcia alebo inverzná prenosová funkcia, nie obe.

Porovnanie aproximácie polynómami rôznych stupňov



# Citlivosť

- V rovnici priamky sa jej sklon určuje koeficientom „k“ (B). Čím je sklon väčší tým viac reaguje na zmeny vstupu. Toto nazývame citlivosť.
- Nelineárna prenosová fcia samozrejme nemá fixný sklon a teda ani citlivosť. V okolí každého bodu je citlivosť iná.
- V prípade nelineárnych prenosových fcií je citlivosť definovaná ako prvá derivácia prenosovej funkcie:
- $b_i(s_i) = \frac{dS(s_i)}{ds} \approx \frac{\Delta S_i}{\Delta s_i}$ , kde  $\Delta s_i$  je malý prírastok vstupného signálu(meranej veličiny) a  $\Delta S_i$  je odpovedajúca zmena výstupu prenosovej funkcie.

# Polynomiálna Aproximácia

Ivana Hirjakova

- každá spojitá f-cia môže byť aproximovaná pomocou mocninového radu
- exponenciálna funkcia  $S = A e^{ks} \approx A [1+ks+(k^2/2!)s^2+(k^3/3!)s^3]$
- zvyčajne je postačujúce vyšetriť aproximáciu odpovede senzora na polynómy 2. a 3. stupňa

$$S = a_2s^2 + b_2s + c_2$$

$$S = a_3s^3 + b_3s^2 + c_3s + d_3$$

- špeciálne prípady  $S = A + Bs$



# Polynomiálna Aproximácia

- to isté platí aj pre inverznú prenosovú f-ciu

$$s = A_2S^2 + B_2S + C_2$$

$$s = A_3S^3 + B_3S^2 + C_3S + D_3$$

- zvyčajne aproximujeme priamu alebo inverznú funkciu, zriedkavo obe naraz
- vyšší stupeň polynómu dáva presnejšie výsledky, avšak i polynóm 2. stupňa môže poskytnúť dostatočnú presnosť

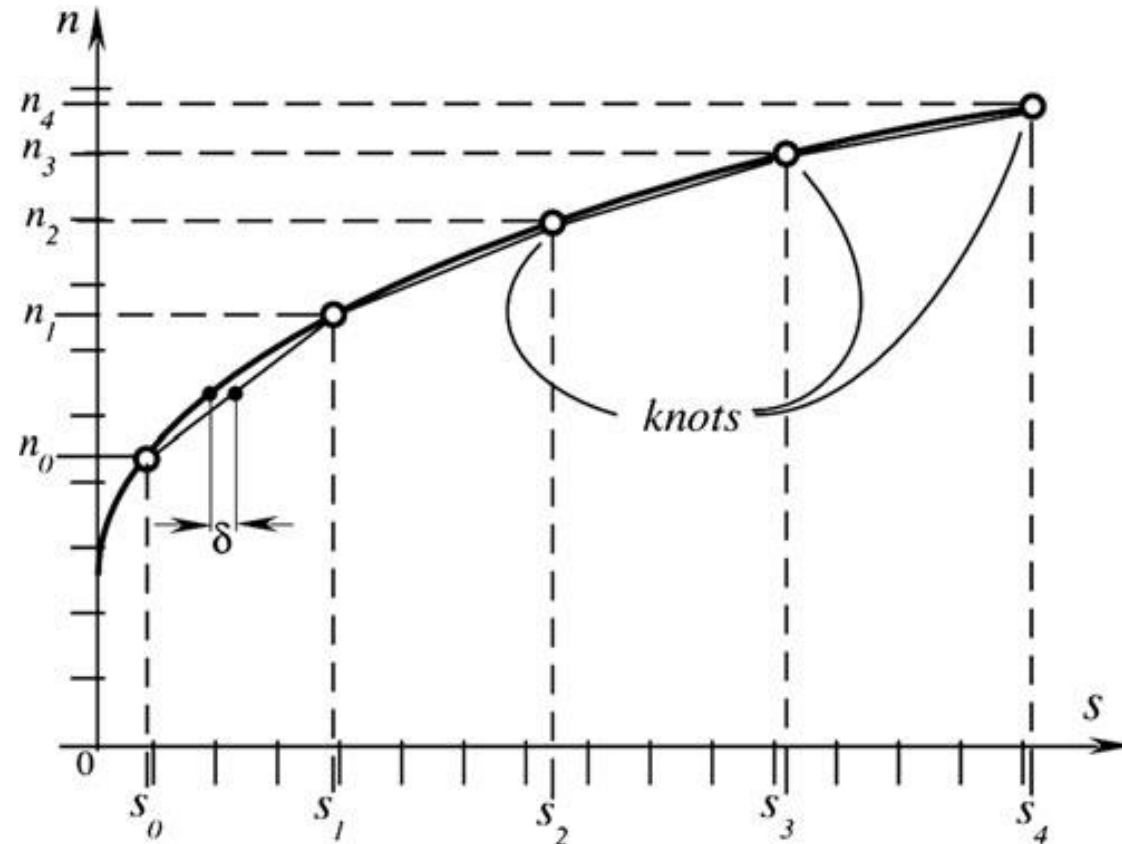
# Citlivosť

- lineárna aproximácia  $S=A+Bs$ , kde  $A$  - prienik s osou a  $B$  je sklon alebo citlivosť
- pri nelineárnych f-ciách nie je koeficient  $B$  celé číslo
- je definovaný ako prvá derivácia prenosovej funkcie, kde  $\Delta s_i$  je malý nárast vstupného signálu a  $\Delta S_i$  je korešpondujúca zmena na výstupe prenosovej funkcie

$$b_i(s_i) = \frac{dS(s_i)}{ds} \approx \frac{\Delta S_i}{\Delta s_i},$$

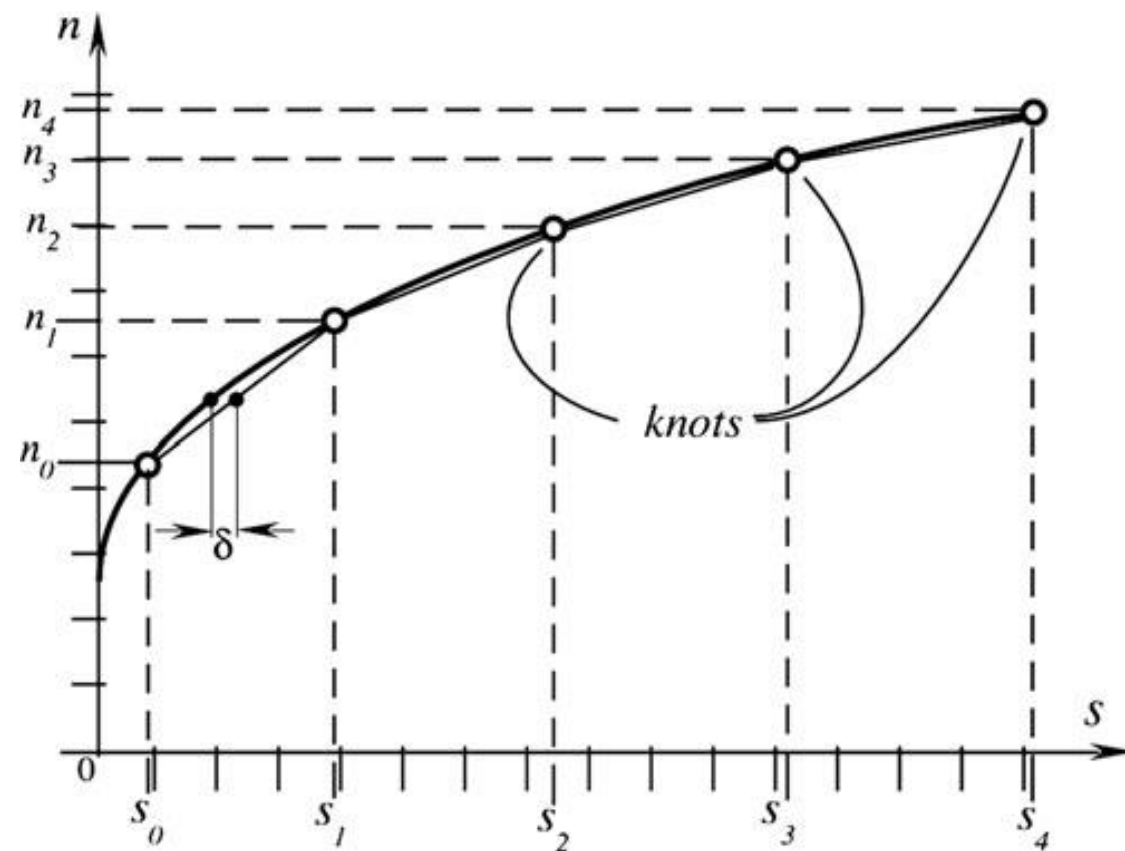
# Idea

- Rozdelenie nelineárnej prenosovej funkcie na viac sekcií
- O každej sekcii sa považuje za lineárnu
- Zahnuté úseky medzi uzlami sa nahradia úsečkami zjednoduší správanie funkcie v danej sekcii
- Uzly nemusia byť navzájom rovnako vzdialené
- Uzly by mali byť bližšie k sebe v oblasti vzdialenejšie



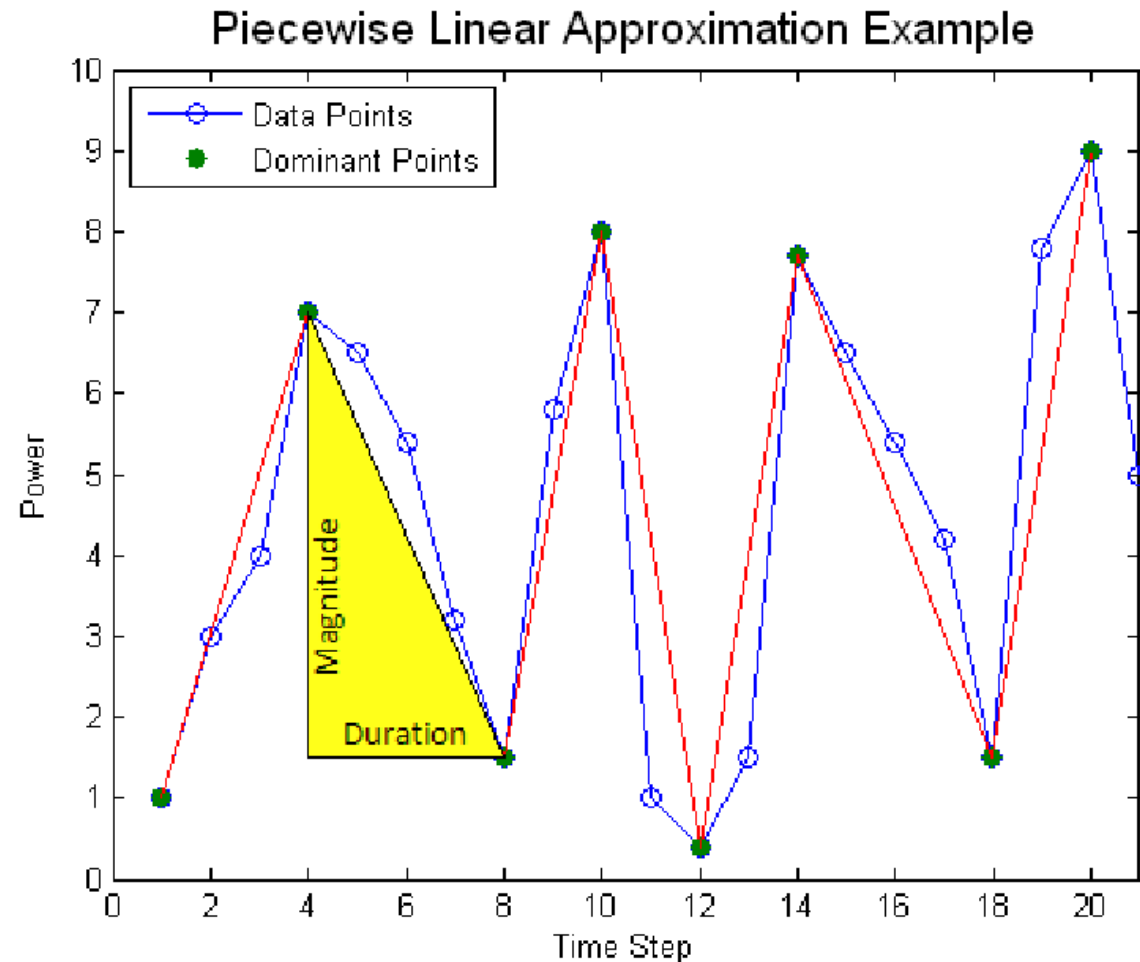
# Chyba

- Chyba LPW je charakterizovaná ako max. odchýlka  $\delta$  úsečky od pôvodnej krivky
- Čím väčšia  $\delta$ , tým je potrebný väčší počet sekcií



# Lineárna aproximácia po častiach

- výkonná metóda
- rozdelenie prenosovej fcie
- Chyba sa počíta rôzne



- Vstupy  $s$ , výstupy  $n$
- Uzly
  - pre požadovaný rozsah
  - Nemusia byť rovnomerne

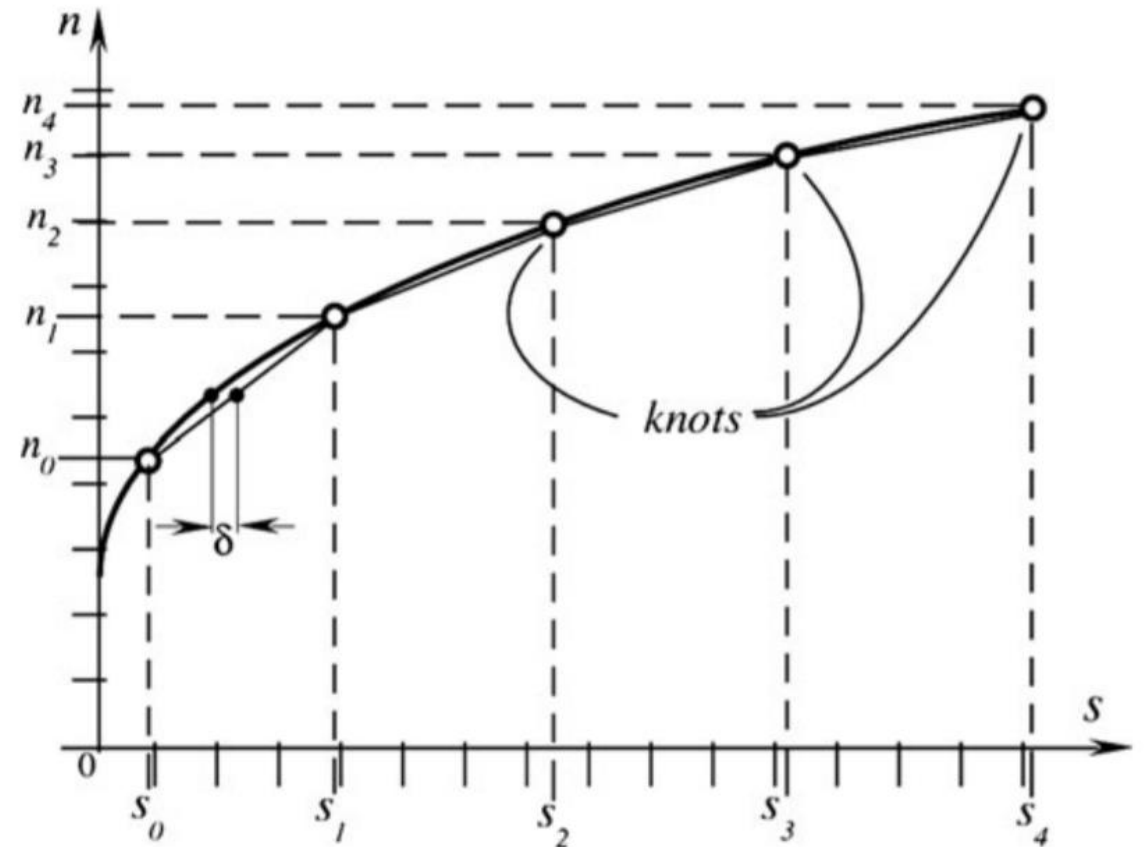


Fig. 2.2 Linear piecewise approximation

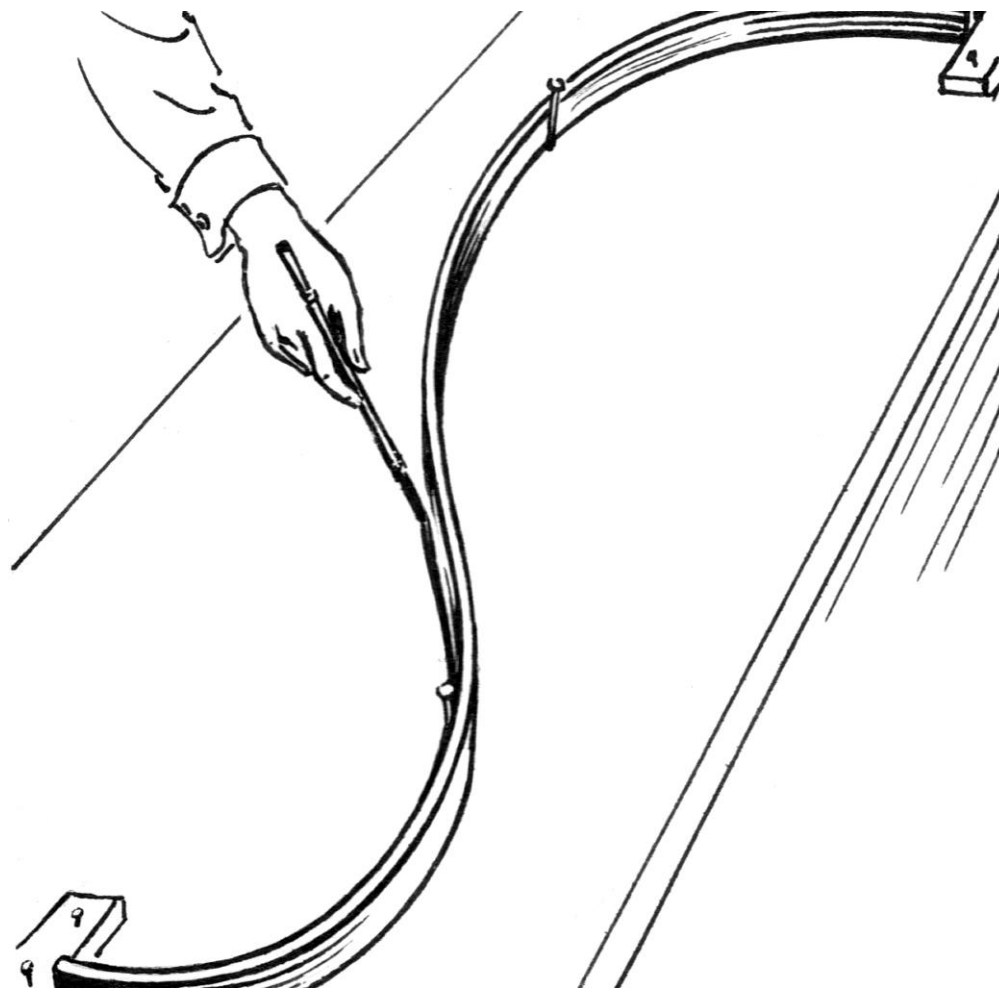
Stanislav Révay: e) Spline + Multidimensional [3.], s. 19-21

## **Spline interpolácia**

### **Viacrozmerné prenosové funkcie**

# Spline

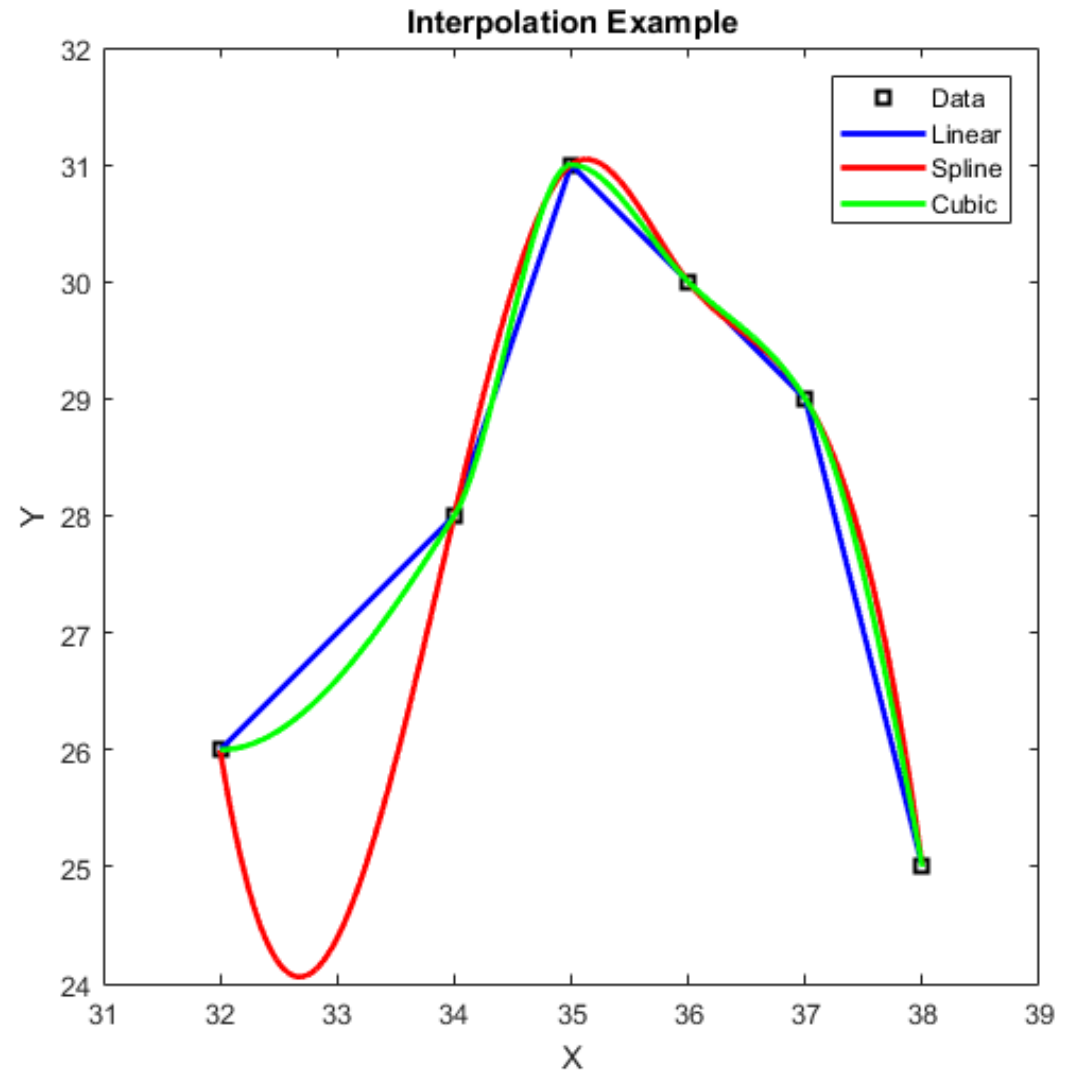
Spline - pôvodne pravítko (krivítko) na technické kreslenie kriviek medzi bodmi.



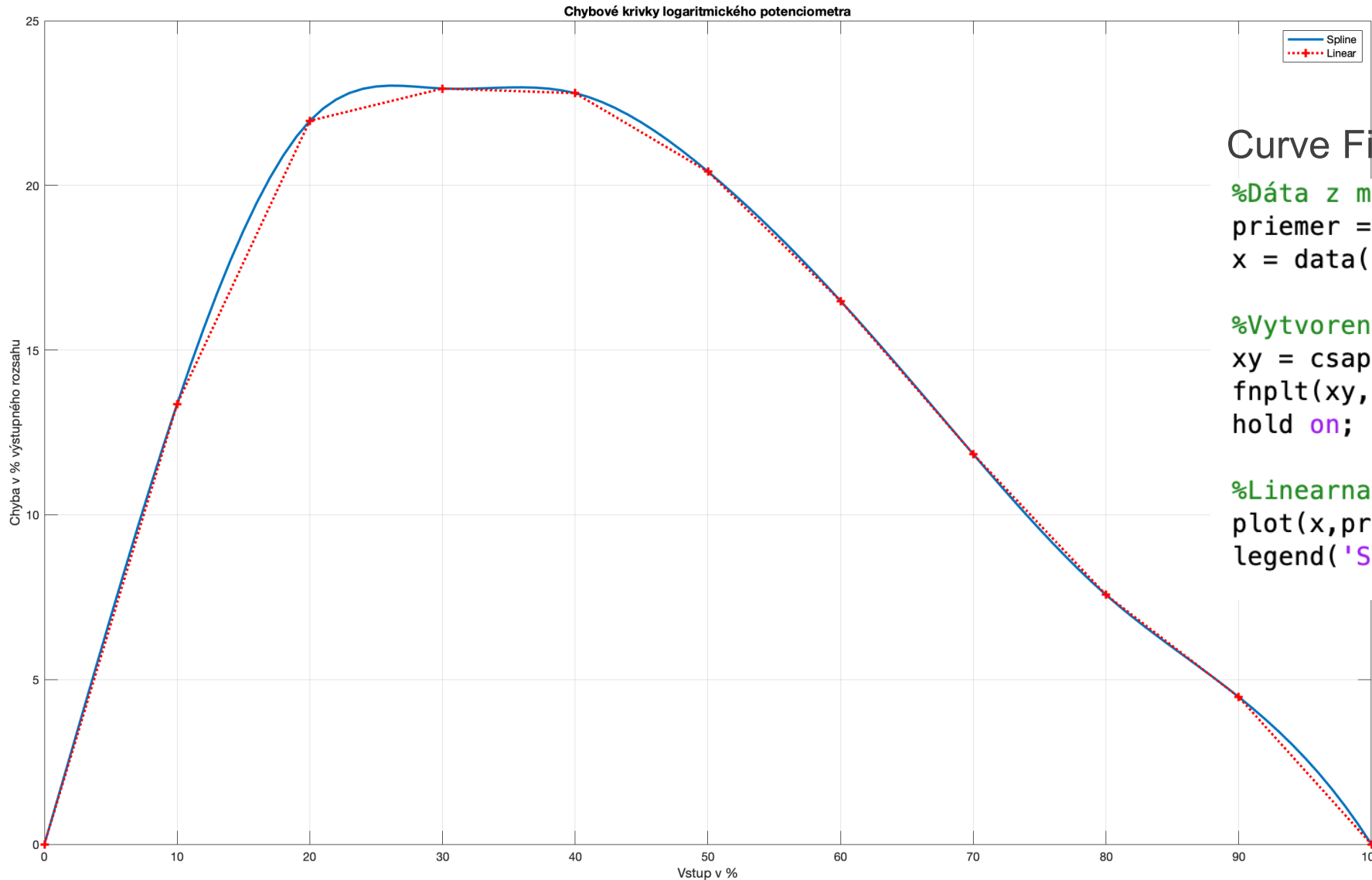


# Spline interpolácia

- Metóda aproximácie využívajúca polynóm tretieho stupňa
- Je to krivka medzi dvoma susediacimi uzlami, ktoré spája dokopy
- Technika zachovávajúca hladkosť prenosovej funkcie
- Najjednoduchšia forma je spline - interpolácia prvého stupňa - lineárna
- Najpopulárnejšie sú kubické interpolácie



# Spline - Matlab



Curve Fitting Toolbox™

`%Dáta z merania`

```
priemer = data(:,4);
```

```
x = data(:,1);
```

`%Vytvorenie Spline`

```
xy = csapi(x,priemer);
```

```
fnplt(xy,2);
```

```
hold on;
```

`%Linearna krivka`

```
plot(x,priemer,"r+","LineWidth",2);
```

```
legend('Spline','Linear')
```

Adrián Hudek: f) Calibration [3.], s. 21-22

# Kalibrácia

# Čo je to kalibrácia

- činnosť, ktorá za presne daných podmienok určuje vzťah medzi hodnotami meraného prístroja a skutočnou hodnotou
- Kalibrátor
- pomocou meraní a výpočtov



# Kalibrácia

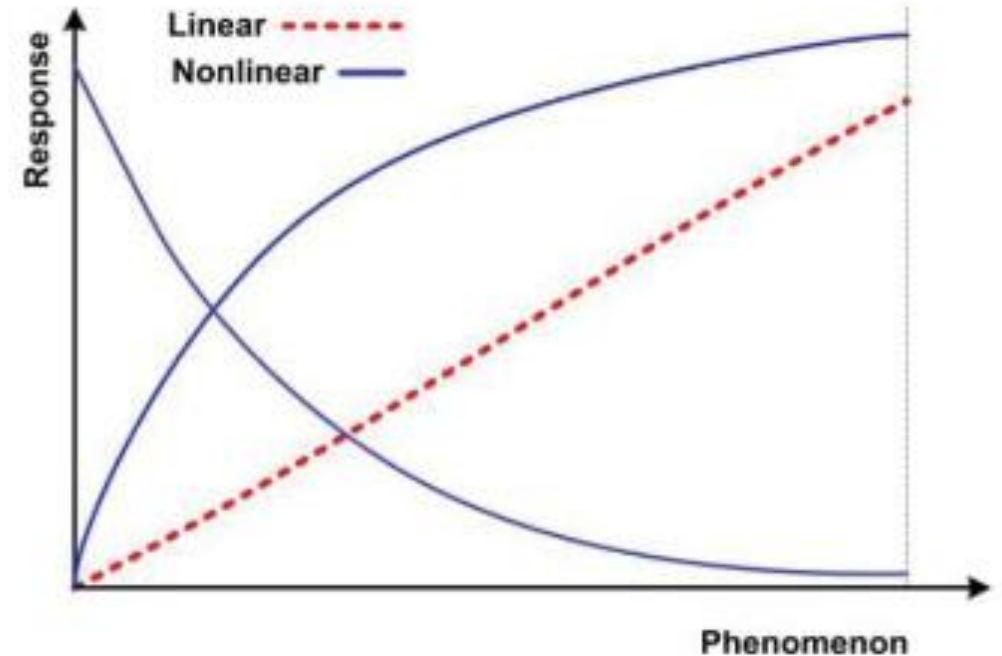
- Matematický model prenosovej funkcie senzora

- Lineárna:  $S = a + b * s$

- Nelineárna:

logaritmická:  $S = a + b * \ln s$

exponenciálna:  $S = a * e^{ks}$

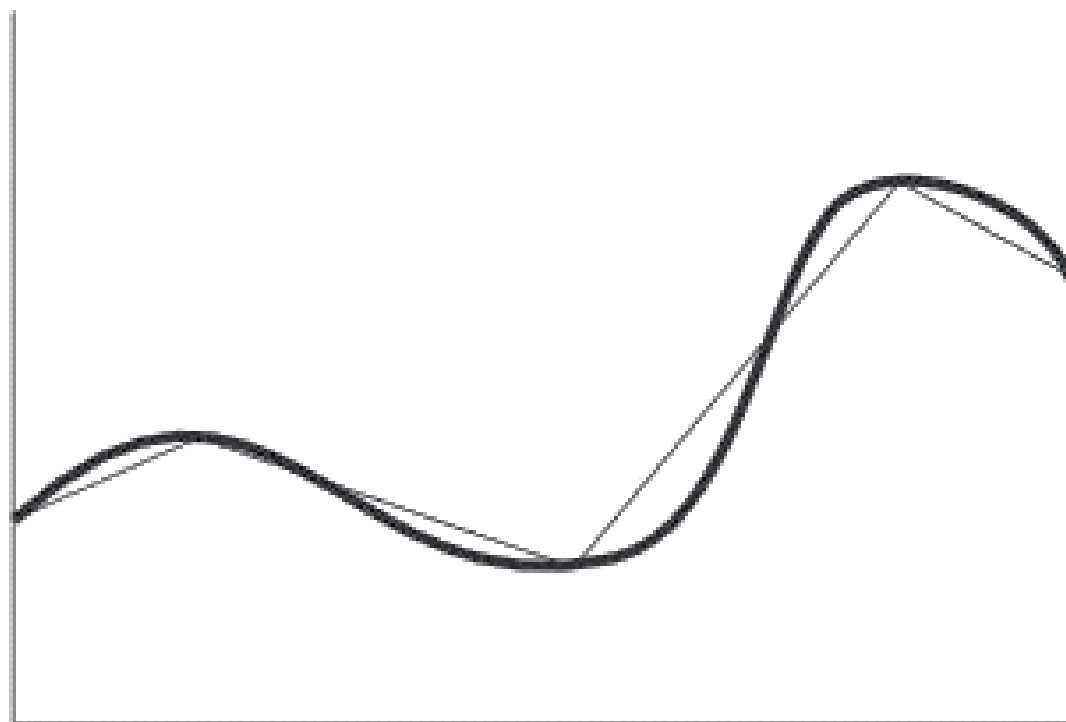


# Kalibrácia

- Lineárna prenosová funkcia
- Najmenej dvoj bodová kalibrácia
- Pre konštanty **a** a **b** potrebujeme dve hodnoty teploty pre ktoré zodpovedajú dve výstupné napätia
- Rovnica pri lineárnej funkcii:
  - $v = a + b * t$
- Rovnice pre výpočet konštant:
  - $b = \frac{v_1 - v_2}{t_1 - t_2}$
  - $a = v_1 - b * t_1$
- Rovnica pre výpočet teploty:
  - $t = \frac{v - a}{b}$

# Kalibrácia

- Nelineárne funkcie viac ako dvoj bodová kalibrácia
- Požadovaná presnosť=počet kalibračných bodov
- Aproximácia po častiach



# Kalibrácia

- **Teplotný senzor:** kúpeľ s regulovateľnou teplotou
- **Infračervený snímač:** dutina čierneho telesa
- Presnosť senzora je priamo spojená s presnosťou kalibrátora



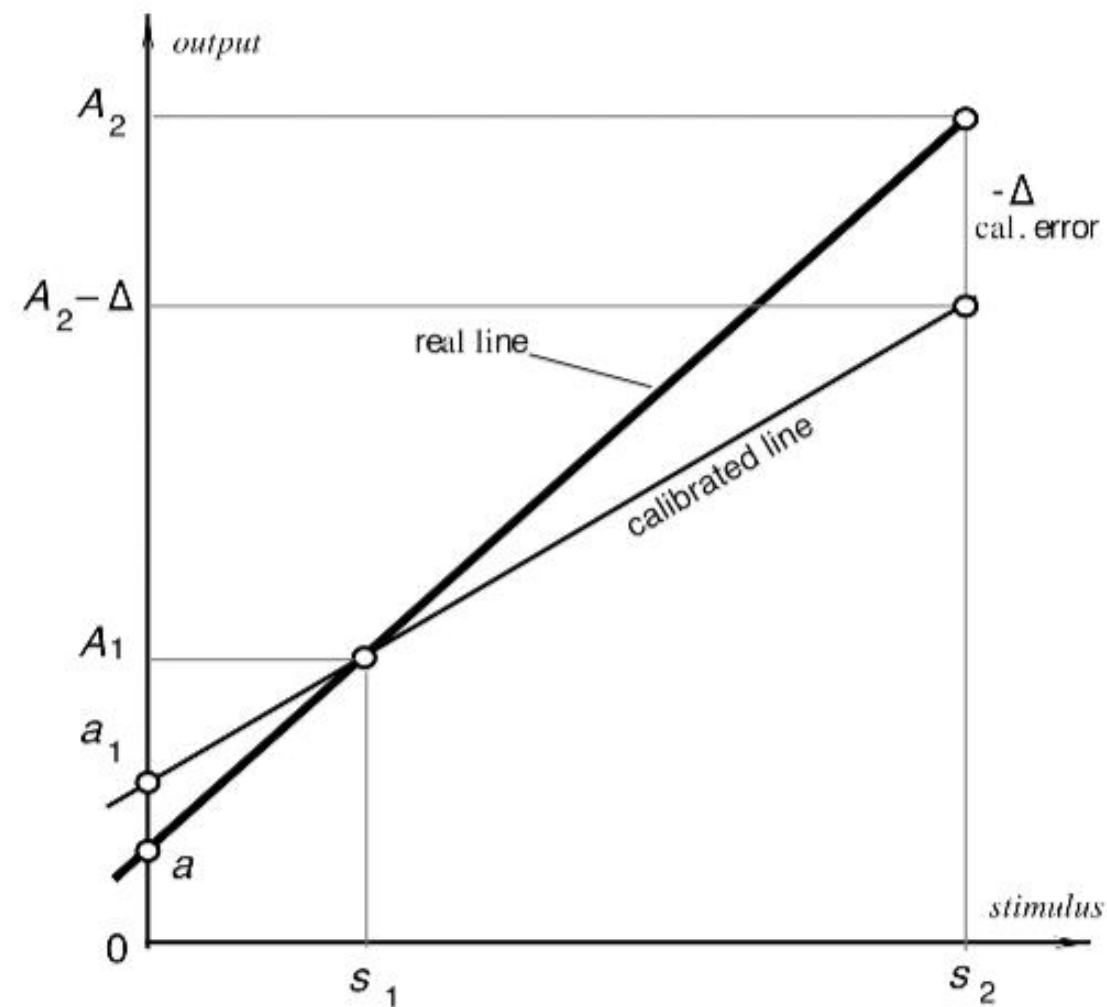


# Chyba kalibrácie

- Vytvorená výrobcom
- Nemusí byť rovnomerná v celom okolí
- Podnety:  **$s_1$**  a  **$s_2$**
- Reakcie:  **$A_1$**  a  **$A_2$**

$$\bullet \delta a = a_1 - a = \frac{\Delta}{s_2 - s_1}$$

$$\bullet \delta b = -\frac{\Delta}{s_2 - s_1}$$



Martin Gorelík: g) Vypočty prenosovej fcie [3.] 22-25

# Príklady a výpočty

# Aproximácia

- Je znázornenie/akceptovanie hodnôt ktoré nie sú úplne presné ale sú natoľko blízko ku skutočným hodnotám že môžu byť použité pri výpočte
- Využíva sa vtedy keď chýbajúce informácie znemožňujú získanie presného výsledku, sú akceptované aj hodnoty s jemnou odchýlkou
- Poskytuje pomerne presné riešenie a znižuje zložitosť daného problému

# Lineárna aproximácia

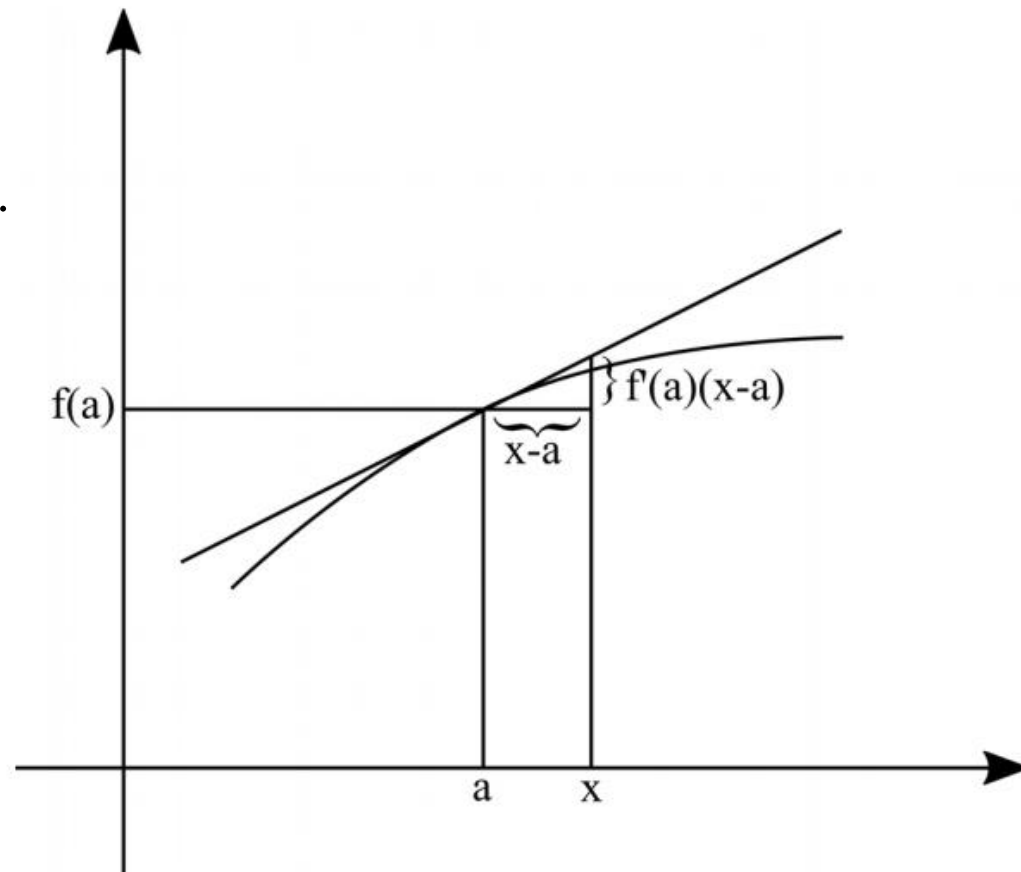
Poznáme hodnotu funkcia  $f(x)$  a jej deriváciu v bode  $a$ .

Túto funkciu chceme nahradiť dotyčnicou ktorá má smernicu  $f'(a)$ .

Na jednotku dĺžky v smere osi  $x$  stúpne priamka o  $f'(a)$

Keď sa teda posunieme o dĺžku  $x-a$ , priamka stúpne o  $f'(a)(x-a)$ .

Hodnota hľadanej lineárnej funkcie v bode  $x$  bude teda  $y=f(a)+f'(a)(x-a)$ .



# Príklad

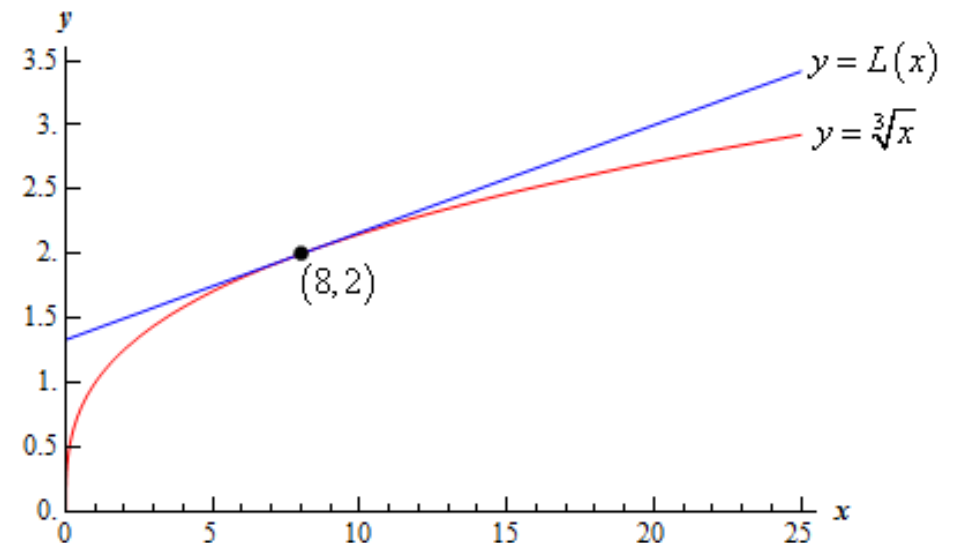
• Treba určiť lin. aprox pre funkciu:  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  pre  $x = 8$ .

$$\bullet f'(x) = \frac{1}{3} * x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 * \sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3 * \sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{12}$$

$$\bullet f(x) = f(8) = \sqrt[3]{8} = 2$$

Lin. aprox:  $y = f(a) + f'(a)(x-a) = 2 + \frac{1}{12} * (8.05 - 8) =$   
 $y(8.05) = 2.00416667$

• Priamy výpočet :  $\sqrt[3]{8.05} = 2.00415802$



# Senzory

- Za bežných podmienok sú senzory opísané ich prenosovou funkciou, rozsahom, kalibráciou atď...
- V praxi však platí že odozva snímača nemá dokonalú presnosť
- Z toho dôvodu sa senzory popisujú aj dynamickou charakteristikou (časovo závislou char.)
- Pokiaľ senzor nespracováva signály okamžite môže to mať za následky prijímanie mierne odlišných hodnôt od skutočných – dynamická chyba

- Z toho dôvodu sa využíva „warm up time“, čas od prvého zapnutia po prvé privedenie signálu
- V praxi sa senzory popisujú vstupno-výstupným vzťahom prostredníctvom lineárnej dif. rovnice
- Následne je možné senzory popisovať, rozdeľovať podľa tejto rovnice
- Vzťah nultého rádu senzora  $S(t) = a + bs(t)$   $a$  – offset  
 $b$  – statická senzitivita

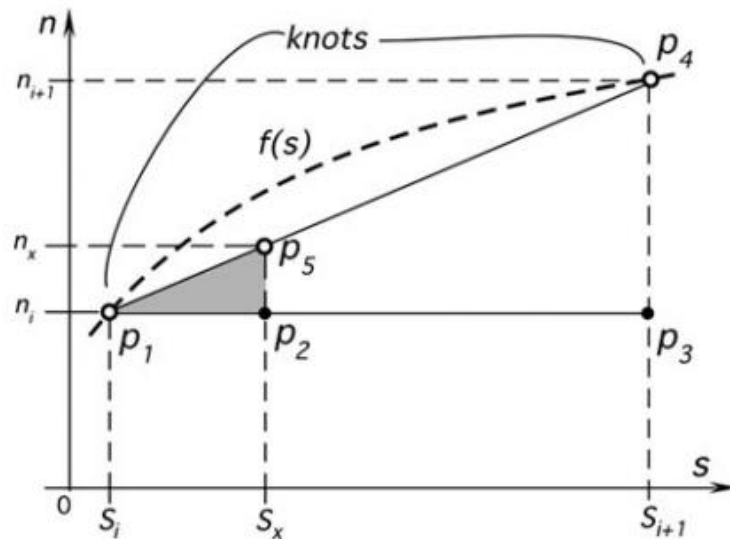
Adam Ščevko: k) Vypocet Linear PWL approx [3.] 26-28

# lineárna aproximácia po častiach



# Výpočet pwl aproximácie

- Pri tomto výpočte najskôr určíme rozsah výstupného signálu, koncových bodov

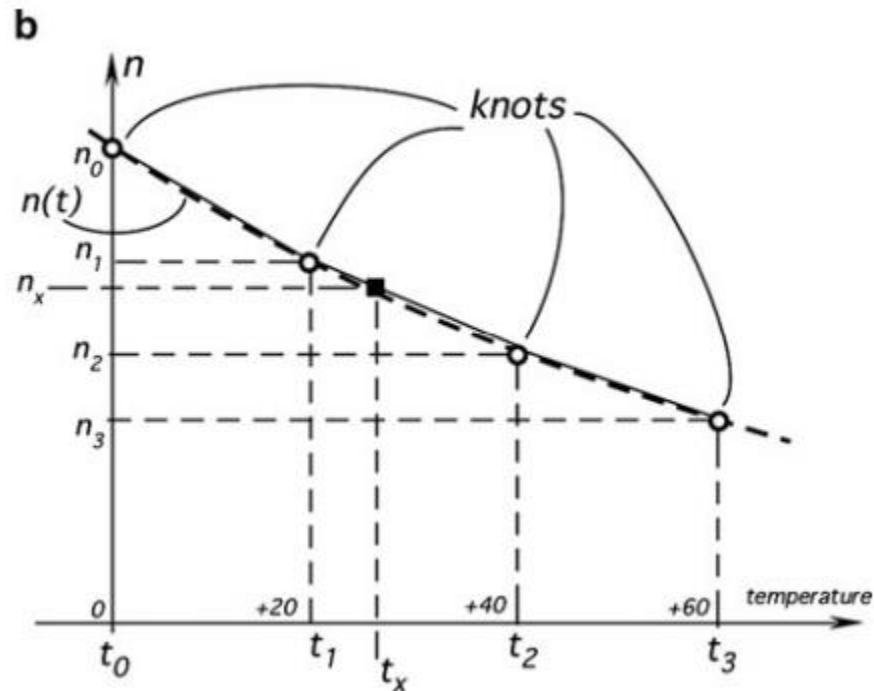
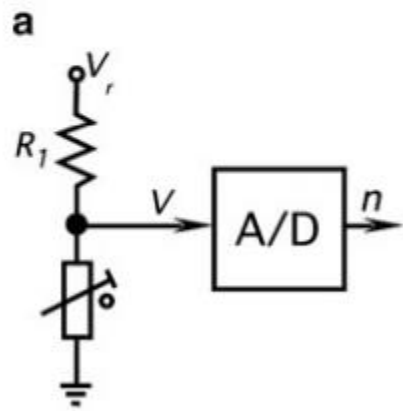


**Fig. 2.6** Computation of stimulus from linear piecewise approximation

$$s_x = s_i + \frac{n_x - n_i}{n_{i+1} - n_i} (s_{i+1} - s_i) \quad (2.20)$$

# Výpočet pwl aproximácie

- Porovnanie plne funkčného modelu prevodovej funkcie s PWL aproximáciou



$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}, \quad (2.21)$$

$$T_x = \left( \frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{n_x R_1}{N_0 - n_x R_0} \right) \right)^{-1} \quad (2.22)$$

# Výpočet pwl aproximácie

**Table 2.2** Look-up table of knots for computation of temperature

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60

$$n_x = N_0 \frac{R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}{R_1 + R_0 e^{\beta(T^{-1} - T_0^{-1})}}, \quad (2.21)$$

- Kalibrácia senzoru; sensor plne charakterizovaný
- Predpokladajme, že použitý pull-up rezistor má 10,00 k  $\Omega$
- Vybrané teploty, resp. vnútorné body charakteristiky sú 20°C a 40°C
- Konštanty  $R_0$  a  $\beta$  sú vypočítané pomocou vzťahu 2.21

$$R_0 = 8.350 \text{ k}\Omega \text{ and } \beta = 3,895 \text{ K.}$$

# Výpočet pwl aproximácie

- Odčítanie teploty, ktorá zodpovedá hodnote A/D prevodníka počas prevádzky
- PWL aproximácia  $\Leftrightarrow$  zjednodušenie pre procesor

$$T_x = \left( \frac{1}{T_0} + \frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{n_x}{N_0 - n_x} \frac{R_1}{R_0} \right) \right)^{-1} \quad (2.22)$$

$$t_x = t_1 + \frac{n_x - n_1}{n_2 - n_1} (t_2 - t_1) = 20 + \frac{1505 - 1863}{1078 - 1863} (40 - 20) = 29.12 \quad (2.23)$$

**Table 2.2** Look-up table of knots for computation of temperature

Knot	0	1	2	3
Counts	2,819	1,863	1,078	593
Temperature (°C)	0	20	40	60

- ▶ Nameraná hodnota  $n_x = 1505 \Rightarrow t_x = 28,22^\circ\text{C}$
- ▶ Hodnota teploty  $t_x$  vypočítaná podľa vzťahu 2.22

